بسم الله الرحمن الرحیم

مقدمه‌ای بر
نظریه بازی‌ها

گردآوری و ترجمه:

دکتر صلاح ابراهیمی - دکتر یاور دشتبانی

تقدیم به: پدران و مادرانمان

فهرست مطالب

مقدمه

نظریه بازی‌ها حوزه‌ای از ریاضیات کاربردی است که در بستر علم اقتصاد توسعه‌یافته است و به مطالعه رفتار راهبردی بین عوامل عقلائی می‌پردازد. رفتار راهبردی، زمانی بروز می‌کند که مطلوبیت هر عامل، نه فقط به راهبرد انتخاب‌شده توسط خود بلکه به راهبرد انتخاب‌شده توسط بازیگران دیگر وابسته باشد. نظریه بازی‌ها طی سال‌ها گسترش یافته و در رشته‌های مختلف، به‌ویژه اقتصاد کاربردهای زیادی یافته است. کتاب حاضر با دیدی کلی نسبت به مفاهیم و اصطلاحات اساسی نظریه بازی‌ها، نگاشته شده و قابل استفاده برای دانشجویان کارشناسی در رشته‌های اقتصاد، مدیریت و حسابداری است که شامل مروری کلی بر نظریه بازی‌ها است. این کتاب بیشتر از هر چیز بر ترویج شناخت اساسی مکانیزم و روش‌های حل مسائل نظریه بازی‌ها در مدت زمانی کوتاه تمرکز دارد و مطالب آن به‌گونه‌ای است که برای خوانندگانی که دانش قبلی در این زمینه ندارند، کاملاً قابل استفاده باشد. نظریه بازی‌ها از نظم ریاضی بسیار بالایی برخوردار است و در میان پژوهشگران اقتصاد ریاضی و حتی آمار اقتصادی تقاضای بسیار بالایی برای آن وجود دارد. معمولاً، مفاهیم مربوط به مسائل نظریه بازی‌ها از نظر ریاضی برای افرادی که با این زمینه آشنایی لازم را ندارند، بسیار پیچیده و گاهی غیرقابل درک است، اما تا زمانی که مطالب در سطوح مقدماتی تدوین شود، بسیاری از اصول موجود در نظریه بازی‌ها را می‌توان به‌گونه‌ای منطقی با استفاده از ابزارهای نسبتاً ساده توضیح داد. به همین دلیل، این کتاب مشخصاً و به‌صورت برجسته یک متن مقدماتی در زمینه نظریه بازی‌ها است به‌طوری که خواننده علاقه‌مند می‌تواند با استفاده از آن دانش پایه‌ای خود را در این زمینه مستحکم کند و سپس با قدرت بیشتری دامنه مطالعه خود را از طریق جستجو در ادبیات پیشرفته‌تر گسترش دهد. اما مزایای خواندن این کتاب چیست؟ مزایای مطالعه این کتاب

فهم دقیق مفاهیم و درک راه‌حل‌های مربوط است. زیرا فهم اساسی و عمیق مفاهیم نظریه بازی‌ها و درک راه‌حل‌های ارائه شده برای مسائل آن، می‌تواند نقش به‌سزایی در تمامی جنبه‌های زندگی داشته باشد. بی دلیل نیست که علاوه بر علم اقتصاد، نظریه بازی‌ها در بسیاری از علوم، مانند جامعه‌شناسی، سیاست، حقوق و زیست‌شناسی کاربرد گسترده و فراوانی یافته است.

این کتاب در شش فصل تنظیم شده است، در فصل اول پیشگفتاری در زمینه نظریه بازی‌ها و اهمیت آن بیان می‌شود که شامل تعاریف، مفاهیم و اهداف نظریه بازی‌ها است. همچنین کاربردها و اصطلاحات مورد نیاز برای فصل‌های بعد نیز در این فصل مورد بررسی قرار می‌گیرد. در فصل دوم که در زمینه بازی‌های همزمان است، استراتژی‌های این بازی بررسی و تحلیل خواهد شد. در این فصل تعادل نش و اشکال مختلف آن همراه با مثال‌های عینی نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد. در فصل سوم نیز که در ارتباط با بازی‌های متوالی و پی در پی است، بازی‌ها به‌صورت همزمان انجام نمی‌گیرد بلکه به‌صورت متوالی است. بحث «زیر بازی» نیز در همین فصل به‌صورت تفصیلی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در فصل چهارم کتاب، بحث بازی‌های همکارانه مورد بررسی قرار می‌گیرد. در فصل پنجم بحث نااطمینانی و تصمیم‌گیری در شرایط نااطمینانی مورد بررسی قرار می‌گیرد. برخی از استثنائات نظریه بازی‌ها نیز در این فصل مورد بررسی قرار می‌گیرد. در فصل ششم نیز موضوعات پیشرفته در نظریه بازی‌ها همراه با مثال‌هایی اقتصادی مورد بحث قرار خواهد گرفت.

از تمامی خوانندگان گرامی خواهشمندیم که ما را از راهنمایی‌ها و نظرات سازنده خود بی‌نصیب نکنند و ما را در انتشار نوشتاری صحیح و مؤثر یاری رسانند. برای ارتباط با نویسندگان کتاب با پست‌الکترونیک Ebs1365@gmail.com و Yavar_Dashtbany@yahoo.com مکاتبه فرمایید.

امید اســت به‌یاری خداوند متعال، این کتاب زمینه را برای رشـد اسـتعدادها و تقویت توانمندی‌های خوانندگان علاقه‌مند به نظریه بازی‌ها فراهم کند.

فصل اول

مقدمــــه

۱-۱ هدف و وظیفه نظریه بازی‌ها

نظریه بازی‌ها[1] مطالعه مدل‌های ریاضی و تعاملات استراتژیک بین عوامل منطقی است. نظریه بازی‌ها در تمام زمینه‌های علوم اجتماعی و همچنین در منطق، علوم سیستم و علوم کامپیوتر کاربرد دارد. این نظریه در اصل، به بازی‌های دو نفره با مجموع صفر می‌پردازد که در آن سود یا زیان هر شرکت‌کننده دقیقاً با سایر شرکت‌کنندگان متعادل می‌شود. در قرن بیست و یکم، نظریه بازی‌ها در طیف وسیعی از روابط رفتاری کاربرد دارد. نظریه بازی‌های پیشرفته با ایده تعادل‌های استراتژی مختلط در بازی دو نفره حاصل جمع صفر و اثبات آن توسط جان فون نیومن[2] (۱۹۴٤) آغاز شد. اثبات اصلی فون نیومن از قضیه نقطه ثابت براوئر[3] در نگاشت‌های پیوسته در مجموعه‌های محدب فشرده استفاده کرد که به روشی استاندارد در نظریه بازی‌ها و اقتصاد ریاضی تبدیل شد. پس از مقاله وی، کتاب نظریه بازی‌ها و رفتار اقتصادی در سال ۱۹٤٤ که با همکاری اسکار مورگنسترن[4] نوشته شد، بازی‌های مشارکتی چند بازیکن را در نظر گرفت. ویرایش دوم این کتاب یک نظریه بدیهی از مطلوبیت مورد انتظار را ارائه کرد که به آماردانان و اقتصاددانان ریاضی اجازه داد تا تصمیم‌گیری را تحت عدم قطعیت قرار دهند. نظریه بازی‌ها به‌طور گسترده در دهه ۱۹۵۰ توسط بسیاری از محققان توسعه یافت، نظریه بازی‌ها به صراحت در دهه ۱۹۷۰ به سمت تکامل رفت، اگرچه پیشرفت‌های مشابه حداقل به دهه ۱۹۳۰ برمی‌گردد. نظریه بازی‌ها به‌طور گسترده به‌عنوان یک ابزار مهم در بسیاری از زمینه‌ها شناخته می‌شود که از

---

[1] Game Theory
[2] John Von Neumann
[3] Brauer's Fixed Point Theorem
[4] Oskar Morgenstern

سال ۲۰۲۰، با اهدای جایزه نوبل در علوم اقتصادی به نظریه‌پردازان تئوری بازی، به اهمیت این نظریه افزوده شد.

نظریه بازی‌ها، گفتمانی ریاضی از نظریه اقتصادی است که به تجزیه و تحلیل شرایط تصمیم‌گیری در اموری می‌پردازد که حالت بازی (مانند حراج، شطرنج و پوکر) دارند و از نظر کاربردی دامنه آن بسیار فراتر از علم اقتصاد است. اهمیت نظریه بازی‌ها به اندازه‌ای است که جایزه نوبل در سال ١٩٩٤ به نظریه‌پردازان نظریه بازی‌ها، جان فوربز نش[1]، جان هارسانی[2] و رینارد سلتن[3] تعلق گرفت.

درنظریه بازی‌ها، فضای تصمیم‌گیری معمولاً شامل چندین بازیکن است که بازیکنان باید از بین چندین استراتژی ممکن تصمیم‌گیری نمایند که کدام یک از آن استراتژی را برگزینند. هر کدام از این انتخاب‌ها می‌تواند بر مطلوبیت کسب شده توسط این بازیکنان و نتیجه حاصل[4] از انجام این بازی‌ها اثرگذار باشد. هدف اولیه در انجام این بازی‌ها شکست دادن افراد دیگر نیست بلکه حداکثر کردن مطلوبیت (مورد انتظار) خود بازیکن است و بازی‌ها ضرورتاً به‌گونه‌ای طراحی نمی‌شوند که نتیجه آن‌ها پیروزی یک بازیکن و زیان الزامی بازیکنان رقیب باشد. این گونه بازی‌ها به‌طور ساده حالت‌های خاصی هستند که به‌عنوان بازی‌هایی با مجموع صفر شناخته می‌شوند بنابراین نظریه بازی‌ها به تجزیه و تحلیل تمامی چارچوب‌ها و شرایط مربوط به یک بازی (تا آن‌جا که امکان‌پذیر باشد) می‌پردازد و تمامی استراتژی‌های ممکن برای انجام این بازی را در نظر می‌گیرد و دسته‌ای از استراتژی‌ها را ارایه می‌کند که مطلوبیت یک فرد یا نتایج حاصل از بازی را برای وی بهینه کند. نکته قطعی و مهم در نظریه بازی‌ها این است که در آن، تنها در نظر

1 John Forbes Nash
2 John Harsanyi
3 Reinard Selten
4 Payoff

گرفتن استراتژی خود فرد کافی نیست و باید به استراتژی رقبا نیر توجه کرد. یک بازیکن باید پیش‌بینی کند که کدام یک از اســـتراتژی‌ها برای رقیب وی نیز بهینه اســـت زیرا که انتخاب هر بازیکن دارای اثری مســـتقیم بر روی نتایج به‌دســـت آمده از بازی برای یک بازیکن دیگر اســـت. بنابراین گفته می‌شـــود که در نظریه بازی‌ها بین بازیکنان اثرگذاری متقابل[1] وجود دارد. در وضـــعیت ایده‌آل، در بازی تعادل‌های[2] مختلفی وجود دارد؛ به‌عبارت دیگر استراتژی‌های بهینه بازیکنان با یکدیگر هماهنگی دارند و با ثبات هستند. البته این موضـوع به‌صـورت آشـکار برای بازی‌های با مجموع صـفر مانند بازی «سـنگ، کاغذ، قیچی»، کاربرد ندارد، زیرا در آن هیچ مجموعه‌ای از اســـتراتژی‌ها وجود ندارد که برای تمامی بازیکنان بهینه باشد.

در نظریه سنتی بازی، فرض می‌شود که تمامی بازیکنان به‌صورت عقلایی[3] و مبنی بر اســـاس اصـــل خودخواهی[4] عمل می‌کنند. بنابراین هر بازیکن تنها به دنبال آن اســـت که مطلوبیت (مورد انتظار) خود را به حداکثر برساند، فصل پنجم این کتاب نشان می‌دهد که این موضوع همیشه در واقعیت صادق نیست.

۱-۲ کاربردهای نظریه بازی‌ها

یک ســـری از کاربردهای متنوع برای نظریه بازی‌ها در زمینه‌های مختلف وجود دارد، نظریه بازی‌ها زمانی بسیار مهیج و جالب خواهد بود که در آن چارچوب شرایط موجود را بتوان به‌آســـانی به‌صـــورت یک بازی مدل‌ســـازی کرد به‌گونه‌ای که در آن بازی،

1 Reciprocal Influencing
2 Equilibrium
3 Rationally
4 Egoistically

استراتژی‌ها و نتایج حاصل به‌خوبی قابل شناسایی بوده باشد و وابستگی روشنی میان نتایج به‌دست آمده از انتخاب یک استراتژی توسط هر بازیکن، وجود داشته باشد.

به‌عنوان مثال، در علم اقتصاد کاربردهای نظریه بازی‌ها را می‌توان در موضوعاتی مانند سیاست‌های قیمت و محصول، ورود به بازار، حراج و مزایده، سیستم‌های انگیزش درونی، پیمان‌های استراتژیک بین دولت‌ها، ادغام شرکت‌ها، تملک و اعمال کنترل بر شرکت‌ها به‌کار گرفت. در بخش حقوقی علم اقتصاد نیز کاربرد نظریه بازی‌ها در میان سایر نظریه‌ها، در محدوده‌هایی مانند طراحی قرارداد، حفاظت از ثبت اختراعات، عایدات ناشی از دلالی و آربیتراژ برجسته و قابل توجه است. علاوه بر این، نظریه بازی‌ها در سیاست (مانند ائتلاف‌ها، جنگ قدرت‌ها و گفت و گوها)، محیط زیست (مانند توسعه تجارت و اقتصاد منابع)، در جامعه شناسی، در جنگ و در علم زیست‌شناسی کاربردهای فراوانی دارد.

یک مثال کلاسیک از مدل‌سازی نظریه بازی‌ها در اقتصاد (که متاسفانه غیرکاربردی است)، حراج و مزایده مربوط به گواهینامه UMTS است که در سال ۲۰۰۰ در کشور آلمان صورت گرفت. این گواهینامه در میان شش خریدار توزیع شد که جمع کل مبلغ فروش آن به ۱۰۰ میلیون مارک می‌رسید (مبلغی که مقدار آن بسیار فراتر از حد انتظار بوده است). این قیمت بسیار بالا با توجه به اهمیت اقتصادی گواهینامه استاندارد UMTS، باعث علامت‌دهی به انتظارات بزرگ در این زمینه شد زیرا هر شش خریدار، داوطلب خرید گواهینامه یکدیگر می‌شوند تا بتوانند سایر خریداران را به کناره‌گیری از رقابت وادار کنند. هر چند که در پایان هیچ یک از خریداران از فهرست خرید حذف نشدند اما این مبلغ هنگفت برای خرید گواهینامه بدون هیچ مزیت اضافی باید پرداخت می‌شد.

استفان نیمیر[1] با انتشار کتابی[2] در سال ۲۰۰۲ نشان داد که در نظریه بازی‌ها نتایجی که از یک بازی به‌دست می‌آید همواره بر اساس تصمیم‌گیری عقلایی نیست. در مثال فوق اگر برخی از خریداران در چارچوب نظریه بازی‌ها تحلیل مناسبی از این بازی‌ها می‌داشتند، می‌توانستند پول کم‌تری برای این حراج بپردازند.

۱-۳ مثال معمای زندانی‌ها

شاید معروف‌ترین مسأله در نظریه بازی‌ها معمای زندانی‌ها[3] باشد که در اینجا به‌طور خلاصه توضیح داده می‌شود. این‌کار می‌تواند یک درک مقدماتی از چگونگی مدلسازی بازی را فراهم نماید. همچنین، در این بخش اصطلاحات مهم نظریه بازی‌ها که دانستن آنها برای یادگیری فصل‌های بعد لازم است، توضیح داده خواهد شد.

معمای زندانی‌ها حکایت دو متهمی است که دستگیر شده‌اند، آنها مظنون به سرقت بانک هستند و با توجه به مدارک و شواهد اندک موجود می‌توان این دو متهم را تنها تا یک سال در زندان نگاه داشت. از این‌رو، با توجه به انگیزه‌های ارتکاب جرم، امکان اعتراف زندانی‌ها ناطمینانی[4] در مورد نوع اعتراف هر کدام از آنها در زمان بازجویی، این دو زندانی به‌صورت جداگانه مورد بازجویی قرار می‌گیرند، به هر یک از این دو زندانی پیشنهاد می‌شود، که اگر به سرقت اعتراف کند آزاد می‌شود. به شرطی که زندانی دیگر از اعتراف به سرقت سرباز زند، اما در صورتی که به سرقت اعتراف نکند ولی زندانی دوم اعتراف کند، وی (زندانی اول) به ۱۰ سال زندان محکوم می‌شود. اگر هر دو زندانی به سرقت بانک اعتراف کنند، هر کدام از آنها به ۵ سال زندان محکوم می‌شوند. عباراتی که

1 Stefan Niemeier

2 Eine Spieltheortische Analyse Die Deutsche

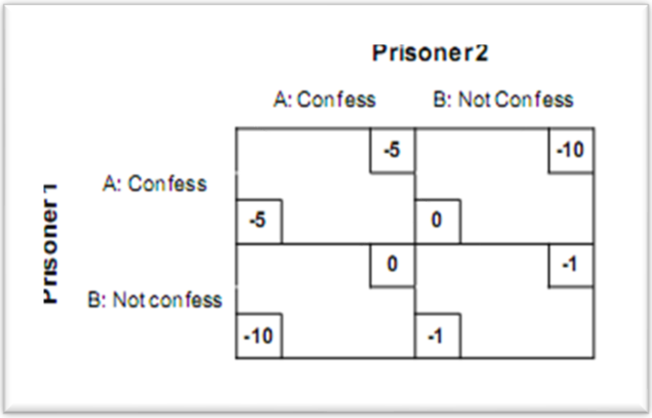
3 Prisoners Dilemma

4 Uncertainty

تاکنون در مورد این زندانیان بیان شـــد این امکان را فراهم می‌کند که بتوان گزاره‌هایی را برای مدل‌سازی این بازی در چارچوب نظریه بازی‌ها ارایه کرد.

دو زندانی در حقیقت دو بازیکن حاضـر در این بازی هسـتند که دو اسـتراتژی را در پیش‌روی خود دارند: اعتراف کنند؛ یا اینکه اعتراف نکنند. بازدهی متناظر با این بازی همان سـال‌هایی اسـت که آنها باید در زندان سـپری کنند. البته باید توجه داشـت که در اینجا، هدف ماکزیمم کردن بازدهی نیسـت، بلکه می‌نیمم کردن آن اسـت. بازدهی حاصـل از این بازی نه‌تنها به اسـتراتژی انتخاب شـده توسـط یک زندانی بسـتگی دارد بلکه به استراتژی انتخاب شده توسط زندانی دیگر نیز وابسته است. علاوه بر این، بسیار اهمیت دارد که دو زندانی به‌صـورت همزمان تصـمیم‌گیری کنند و هر کدام از آنها در زمان تصـمیم‌گیری از اسـتراتژی فرد دیگر بی‌اطلاع باشـد؛ و هر دو به‌خوبی از این موارد اطلاع دارند. این‌گونه بازی‌ها در نظریه بازی‌ها با عنوان بازی‌های همزمان تحت شـرایط اطلاعات کامل شـناخته می‌شـوند. بازی‌های همزمان با نام بازی‌های با شـکل عادی[1] نیز شـناخته می‌شـوند. در برابر بازی‌های همزمان بازی‌های متوالی و پی‌درپی[2] قرار دارند. در این نوع بازی‌ها «بازی کردن» به‌صورت متوالی و پی‌درپی انجام می‌شود. بازی‌های متوالی و پی‌درپی با نام بازی‌های گسـترده[3] نیز شـناخته می‌شـوند و از آنجایی که تنها دو نفر در این بازی شـرکت می‌کنند آن را یک بازی دو نفره یا یک بازی دو نفره عادی می‌نامند. با توجه به این اطلاعات، مدل زیر را می‌توان با اسـتفاده از نظریه بازی‌ها برای زندانی‌ها طراحی کرد.

1 Normal Form
2 Sequential Games
3 Extensive Form



شکل (۱-۱): معمای زندانی

در این ماتریس ۲×۲ اســتراتژی‌های پیش روی زندانی اول (Prisoner1) در ســمت چپ جدول و استراتژی‌های پیش روی زندانی دوم (Prisoner2) در قسمت بالای جدول ارائه شده است. در این ماتریس چهار بخش متفاوت وجود دارد که برای هر کدام از آنها یک قسمت در ماتریس در نظر گرفته شده است:

۱. هر دو زندانی اعتراف کنند (قسمت بالا و سمت چپ جدول).

۲. زندانی اول اعتراف کند و زندانی دوم اعتراف نکند (قسمت بالا و سمت راست جدول).

۳. زندانی اول اعتراف نکند و زندانی دوم اعتراف کند (قسمت پایین و سمت چپ جدول).

٤. هیچ‌یک از دو زندانی اعتراف نکنند (قسمت پایین و سمت راست جدول).

۵. دو عدد موجود در هر یک از این چهار بخش در جدول، بیانگر بازدهی حاصل از بازی برای این دو زندانی اســت. بازدهی نوشــته شــده در پایین و ســمت چپ هر یک از خانه‌ها متعلق به زندانی اول است، در حالی که مقادیر نوشته شده در بالا و سمت راست هر یک از خانه‌های ماتریس بازدهی زندانی دوم است.

البته می‌توان مطلب زیادی در مورد این نمادگذاری مطرح کرد اما مسأله مهم این است که چه چیزی در این بازی وجود داشته است که آن را به یکی از مشهورترین بازی‌ها در نظریه بازی‌ها تبدیل کرده است؟

پاسخ این سوال به نتایج متناقضی باز می‌گردد که این بازی می‌تواند در پی داشته باشد. به‌عنوان مثال، هر دو نفر می‌توانند اعتراف کنند و برای ۵ سال راهی زندان شوند؛ اما اگر هیچ یک از آنها درباره جرم خود چیزی نگویند، هر دو تنها برای یک سال مجازات زندان را تحمل خواهند کرد.

برای رسیدن به این نتایج به‌صورت دقیق‌تری به بررسی استراتژی‌های یک زندانی از دیدگاه زندانی دیگر می‌پردازیم. فرض کنید من زندانی اول هستم و همواره سعی می‌کنم، در قبال هر یک از دو استراتژی زندانی دیگر بهترین پاسخ را بدهم در صورتی که زندانی دوم اعتراف کند، من نیز اعتراف خواهم کرد؛ زیرا در این حالت من نیز پنج سال به زندان خواهم رفت، حال آنکه اگر اعتراف نکنم، به ۱۰ سال زندان محکوم می‌شوم. اگر فرض کنیم که زندانی دوم اعتراف نمی‌کند، من اعتراف می‌کنم، زیرا در این صورت آزاد خواهم شد. البته، اگر هردو اعتراف نکنیم، به یک سال زندان محکوم می‌شوم که طبیعتاً ترجیح می‌دهم که هردو انکار کنیم و یک سال به زندان بروم تا اینکه هر دو اعتراف کنیم و به پنج سال زندان محکوم شوم، این بدان معناست که من همیشه و حتی بدون توجه به اینکه زندانی دیگر کدام استراتژی را انتخاب کند، استراتژی «اعتراف کردن» را انتخاب می‌کنم. وضعیت مشابهی نیز برای زندانی دیگر وجود دارد. او نیز اعتراف خواهد کرد، در نتیجه هردو اعتراف می‌کنند و هر یک به پنج سال زندان محکوم می‌شوند. البته، این تنها یک مثال نظری است. شاید بتوان این تعمیم را داد که جهان پر از معمای زندانی است؛ به عنوان مثال می‌توان گفت بازیکنان می‌ترسند که تنها طرفی باشند که بدون گرفتن امتیاز از بازیکن طرف مقابل، امتیازی به وی دهند.

۱-۴ اصطلاحات نظریه بازی‌ها

۱-۴-۱ ترجیحات

روابط بیانگر ترجیحات[1] بازیکنان دارای اهمیت بسیار زیادی در نظریه بازی‌ها است، این روابط نشـــان می‌دهد که یک فرد کدام انتخاب‌ها را به انتخاب‌های دیگر ترجیح می‌دهد و نسبت به کدام انتخاب‌ها بی‌تفاوت[2] است. در صورتی که یک بازیکن استراتژی A را به اســتراتژی B ترجیح دهد، می‌نویســیم: $A > B$ ؛ و در صـــورتی که وی نســبت به هر دو استراتژی بی‌تفاوت باشد، می‌نویسیم، $A \sim B$. فرض کنید که بازیکن مورد نظر دارای سه انتخاب برای مسافرت است که با یکی از سه گزینه A (اتومبیل) B (اتوبوس) C (مترو برقی). با توجه به ترجیحات وی، گزاره‌های زیر را می‌توان نوشت:

۱. بازیکن ترجیح می‌دهد که به‌جای مسافرت با مترو با اتومبیل به سفر برود: $A > B$ یعنی بازیکن مورد نظر استراتژی A را به استراتژی B ترجیح می‌دهد.

۲. مسافرت کردن با اتوبوس یا مترو برای وی فرقی ندارد: $B \sim C$ یعنی این بازیکن نسبت به انتخاب B یا C بی‌تفاوت است.

با توجه به اصل انتقال‌پذیری[3] ترجیحات از روابط ۱ و ۲ می‌توان نتیجه گرفت که $A > C$ است.

1 Preferences
2 Indifferent
3 Transitivity

۱-۴-۲ استراتژی‌ها

استـراتژی‌های این بازی در زیر با نام S آورده شـده اسـت، فرض کنید که اسـتراتژی بازیکن اول S_1 و اســتراتژی بازیکن دوم S_2 باشــد. در مثال معمای زندانی اســتراتژی انتخاب شده توسط بازیکن شماره ۱ به‌صورت زیر است:

$S_1 =$ اعتراف کردن

و برای بازیکن شماره ۲ نیز این استراتژی به‌صورت زیر است:

$S_2 =$ اعتراف کردن

و برای کل بازی این استراتژی‌ها را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

$S = (S_1, S_2) =$ (اعتراف کردن , اعتراف کردن)

در این حالت S به‌عنوان یک زوج استراتژی در نظر گرفته می‌شود.

$S_1(S_2)$ را می‌توان به‌عنوان یک مجموعه از استراتژی‌های قابل انتخاب برای بازیکن اول (یا بازیکن دوم) به‌صورت مثال زیردر نظر گرفت.

$S_1 =$ (اعتراف کردن , اعتراف نکردن)

و برای کل بازی می‌توان نوشت:

$S = (S_1, S_2) =$ (اعتراف کردن، اعتراف نکردن) و(اعتراف کردن، اعتراف کردن)

در صـورتی که اقدامات یک بازیکن در بازی شـامل تصـمیم به عمل کردن به یکی از اســتراتژی‌های موجود باشــد، در این حالت این اســتراتژی را یک اســتراتژی خالص[1] می‌نامیم. البته به خود اســتراتژی‌های بازی اســتراتژی‌های خالص نیز گفته می‌شــود. در

1 Pure Strategies

مقابل، اگر چند استراتژی خالص در برابر یک بازیکن وجود داشته باشند که هر کدام با یک مقدار احتمال مشخص بازی شوند، به آن استراتژی یک استراتژی ترکیبی[1] گفته می‌شود.

یک مثال سنتی که در آن بازیکنان دارای استراتژی ترکیبی هستند، بازی «سنگ، کاغذ، قیچی» است.

۱-۴-۳ بازدهی یا نتایج حاصل از بازی

بازدهی (نتایج حاصل از بازی[2]) نشانگر منافع دریافت شده‌ای[3] است که یک بازیکن در قبال انجام یک استراتژی مشخص به آن دست می‌یابد. از آنجا که بازدهی حاصل از یک بازی تنها به استراتژی خود آن بازیکن بستگی ندارد، بلکه به استراتژی تمامی بازیکنان وابسته است، بازدهی A تابعی از استراتژی‌های موجود برای همه بازیکنان حاضر در بازی است.

بنابراین در معمای زندانی بازده مورد انتظار برای بازیکن اول به‌صورت زیر است:

$$A_1(S) = A_1(S_1, S_2) = A_1\left(\left(\text{اعتراف کردن , اعتراف کردن}\right)\right) = -5$$

و برای بازیکن دوم در این معما بازدهی متناظر برای زوج استراتژی یکسان به‌صورت زیر است:

$$A_2(S) = A_2(S_1, S_2) = A_2\left(\left(\text{اعتراف کردن , اعتراف کردن}\right)\right) = -5$$

چنان‌که ملاحظه می‌شود، بازدهی حاصل از انجام یک استراتزی نه تنها به استراتژی خود بازیکن بستگی دارد بلکه به استراتژی سایر بازیکنان نیز وابسته است.

---

1 Mixed Strategies
2 Payoffs
3 Pay out

۱-۵جمع‌بندی

این فصل در ارتباط با مقدمه‌ای بر نظریه بازی و آشنایی با مفاهیم، تعاریف و اهمیت آن در اقتصاد بود. همچنین مروری کلی بر کاربردهای این نظریه و همچنین مثال مشهور معمای زندانی نیز مورد بررسی قرار گرفت.

۲

فصل دوم

بازی‌های همزمان

۲-۱ مقدمه

در این فصـــل به بررســـی یکی از مهم‌ترین رویکردها در نظریه بازی‌ها، یعنی بازی‌های همزمان پرداخته خواهد شـد. در ادامه فصـل ابتدا اصـول بازی‌های همزمان، اسـتراتژی‌ها (ماکسـی‌مین، غالب، مغلوب) مرور می‌شـود و سـپس انواع تعادل در بازی‌های همزمان در رویکردهای مختلف مورد بررسی و تحلیل قرار خواهد گرفت.

۲-۲ اصول

همان‌طور که در مثال معمای زندانی نشـــان داده شـــد در بازی‌های همزمان[1]، تمامی بازیکنان تصمیمات خود را در یک لحظه و به‌صورت همزمان می‌گیرند بدون اینکه بدانند که بازیکنان دیگر چه تصـــمیمی خواهند گرفت. اما اطلاعات مربوط به بازیکنان رقیب و اســـتراتژی‌ها و بازدهی‌های آن‌ها، اطلاعاتی عمومی اســـت که همه بازیکنان از آن اطلاع دارند (اطلاعات کامل). بخش‌هایی که در ادامه می‌آیند، به بررسـی مختصـر انواع مختلف اســـتراتژی‌ها و تعادل‌ها در یک بازی همزمان دو نفری می‌پردازند که در ابتدا، تنها بازی‌های همزمان میان دو نفر مورد بررســی قرار می‌گردد. زیرا این بازی‌ها را می‌توان در قالب یک ماتریس دو بعدی و بازی‌های چند نفری (بازی‌های همزمان n نفره) مورد بررسـی قرار داد. در این بازی‌ها اصـول و مکانیزم یکسـانی همانند آنچه که در پیش گفته شد برقرار است. در نتیجه‌گیری این فصل یک بازی همزمان سه نفری نیز بررسی می‌شود.

---

1 Simultaneous Game

۲-۳ استراتژی‌ها

۲-۳-۱ استراتژی ماکسی-مین

استراتژی ماکسی-مین[1] به استراتژی گفته می‌شود که با انجام آن یک بازیکن هنوز هم بهترین بازدهی و نتیجه حاصل از بازی را در نامطلوب‌ترین وضعیت بازی به دست می‌آورد که هدف از این استراتژی کاهش و محدود کردن گستره زیان بازیکن است.

استراتژی ماکسی‌مین را می‌توان در یک ماتریس با هر تعداد استراتژی، مثلا n برای بازیکن اول و m برای بازیکن دوم در دو مرحله تعیین کرد:

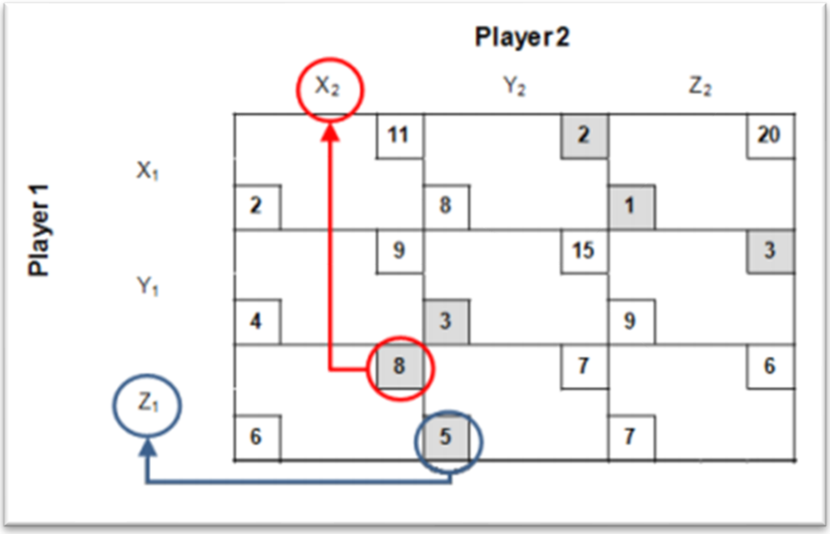
۱. در مرحله اول، کمترین بازده ممکن انفرادی (ماکسی‌مینA) مربوط به کمترین مقادیر بازده برای هر استراتژی با به‌حساب آوردن تمامی استراتژی‌های ممکن انتخاب می‌شود.

۲. در مرحله دوم، بیشترین مقدار (ماکسی‌مینA) در میان کمترین مقادیر بازدهی انتخاب خواهد می‌شود. این استراتژی، استراتژی ماکسی‌مین برای بازیکن مربوط نامیده می‌شود. برای یک بازیکن چندین استراتژی ماکسی‌مین می‌تواند وجود داشته باشد.

استراتژی ماکسی‌مین برای بازیکن اول با نماد MS_1 و استراتژی متناظر آن برای بازیکن دوم نیز با MS_2 نمایش داده می‌شود.

مثال زیر با استراتژی‌های $S_1 = (X_1, Y_1, Z_1)$ و $S_2 = (X_2, Y_2, Z_2)$ راه دیگری برای نشان دادن این بازی است:

[1] MaxiMin Strategy



شکل (۲-۱): استراتژی ماکسی-مین

برای اســـتراتژی‌های X_1، Y_1 و Z_1 بازیکن یک به دنبال یافتن کمترین بازدهی ممکن (۱و ۳ و ۵) است و در میان این مقادیر بالاترین مقدار (۵) است. روابط زیر برای بازیکن اول برقرار است:

$$\left.\begin{aligned} \min A_1(X_1,S_2) &= 1 \\ \min A_1(Y_1,S_2) &= 3 \\ \min A_1(Z_1,S_2) &= 5 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \max(1,5,3) = 5 \longrightarrow MS_1 = Z_1 \qquad (۱-۲)$$

بنابراین، استراتژی ماکسی‌مین برای بازیکن اول همان استراتژی Z_1 است. روابط زیر نیز برای استراتژی ماکسی‌مین برای بازیکن دوم برقرار است.

$$\left.\begin{aligned} \min A_2(S_1,X_2) &= 8 \\ \min A_2(S_1,Y_2) &= 2 \\ \min A_2(S_1,Z_2) &= 3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \max(8,2,3) = 8 \longrightarrow MS_2 = X_2 \qquad (۲-۲)$$

بنابراین اســـتراتژی ماکســـی‌مین برای بازیکن دوم، اســـتراتژی X_2 اســـت. اســـتراتژی ماکســـی‌مین یک اســـتراتژیی اســـت که دارای کمترین ریســـک برای یک مقدار بازدهی کم

است، بدون آنکه هیچ‌گونه فرضیه‌ای در مورد ترجیحات رقیب (یا رقیبان) در نظر گرفته شود.

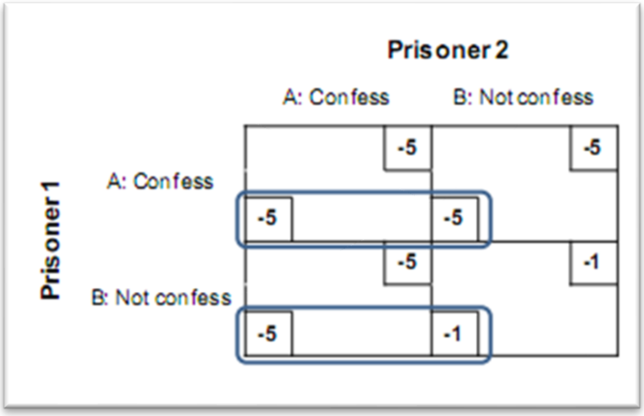
۲-۳-۲ استراتژی غالب

یک استراتژی غالب[1] نامیده می‌شود،اگر آن استراتژی نسبت به سایر استراتژی‌های موجود بهتر باشد و استراتژی دیگری وجود نداشته باشد که بازیکن را در وضعیت بهتری قرار دهد (حداقل در یک حالت خاص وی را در وضعیت بدتری قرار دهد). بنابراین یک استراتژی غالب نسبت به هر تغییر استراتژی از سوی رقیبان «پایدار و بدون تغییر» است و در هر حالتی این استراتژی انتخاب می‌شود.

می‌توان مثالی از استراتژی غالب را در معمای زندانی، که پیش از این بررسی شد، نشان داد. در این بازی استراتژی غالب، برای زندانی آن است که اعتراف کند؛ زیرا در هر وضعیتی این استراتژی وی را در وضعیت بهتری نسبت به استراتژی جایگزین اعتراف نکردن قرار می‌دهد.

اصلاح و تعدیل معمای زندانی می‌تواند مثال خوبی از اصول حاکم بر استراتژی غالب در اختیار ما قرار دهد. در این شکل اصلاح شده، هر دو زندانی به‌صورت قطعی برای یک سال به زندان خواهند رفت، به محض اینکه یکی از آنها به انجام جرم اعتراف کند، هر دو باید به مدت ۵ سال به زندان محکوم شوند که این وضعیت را می‌توان در ماتریسی به‌صورت زیر ترسیم کرد:

1 Dominent strategy



شکل (۲-۲): تعدیل معمای زندانی

همان‌طور که در شـــکل فوق مشـــاهده می‌شـــود، اســـتراتژی (اعتراف نکردن) = S_1 اســـتراتژی غالب برای زندانی اول اســـت؛ زیرا با تغییر دادن این اســـتراتژی به اســـتراتژی (اعتراف کردن) = S_1، این زندانی به هیچ‌وجه در وضـعیت بدتری قرار نخواهد گرفت و هیچ نگرانی ندارد که زندانی دوم اســـتراتژی (اعتراف کردن) = S_2 را انتخاب کند. تنها در حـالتی زنـدانی اول شـــرایط بهتری خواهـد یـافـت کـه زنـدانی دوم اســـتراتژی (اعتراف نکردن) = S_2 را انتخاب کند، بنابراین در این حالت روابط زیر برقرار است:

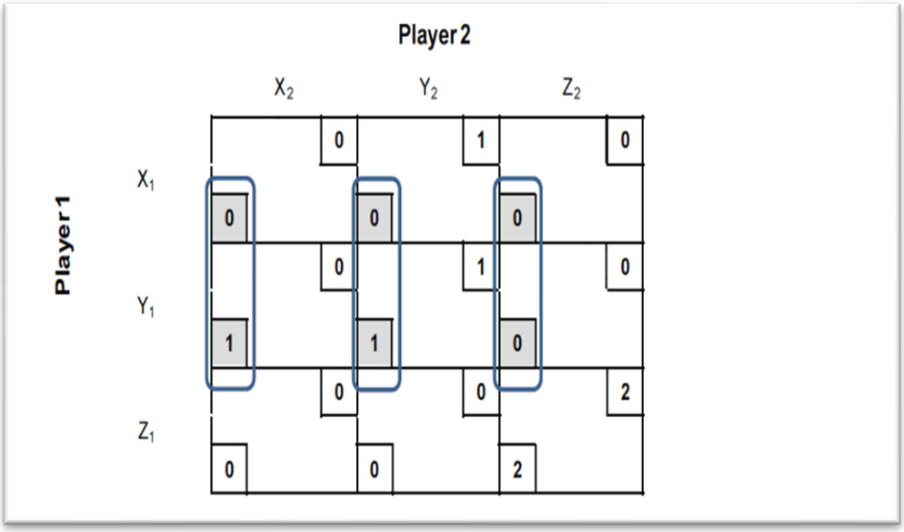
(اعتراف نکردن) = S_1 که استراتژی غالب برای بازیکن اول است.

(اعتراف نکردن) = S_2 که استراتژی غالب برای بازیکن دوم است.

در صـورتی که در یک بازی برای یک بازیکن اسـتراتژی غالب وجود داشـته باشـد، این بازیکن همیشه استراتژی غالب را می‌کند.

۲-۳-۳ استراتژی مغلوب

استراتژی مغلوب[1] عبارت از استراتژی که در هر شرایطی که به‌کارگرفته شود، بد نخواهد بود (این شرایط می‌تواند با انجام هر استراتژی ممکن دیگری از سوی رقیب همراه باشد) و پیروی از این استراتژی می‌تواند حداقل در یک حالت خاص واقعاً بهتر باشد. برای تجزیه و تحلیل بهتر این استراتژی را می‌توان از ماتریس بازی حذف کرد زیرا این استراتژی در هیچ حالتی در مقایسه با استراتژی غالب برای بازیکن دارای مزیت نیست، ماتریس زیر نشانگر استراتژی مغلوب است.



شکل (۲-۳): استراتژی مغلوب

با توجه به ماتریس ارائه شده در بالا، بسیار روشن است که بازیکن اول استراتژی Y_1 را به استراتژی X_1 ترجیح می‌دهد؛ زیرا در هر یک از این حالت‌ها این استراتژی برای وی مزیت به‌همراه خواهد داشت (اگر بازیکن دوم استراتژی X_2 یا Y_2 را انتخاب کند) یا

1 Dominated strategy

اینکه حداقل او را در وضـــعیت بدتری قرار نمی‌دهد (اگر بازیکن دوم اســـتراتژی Z_2 را انتخاب کند). بنابراین از دیدگاه بازیکن اول روابط زیر برقرار است:

$A_1(X_1, X_2) < A_1(Y_1, X_2)$ است، زیرا $0 < 1$ است.

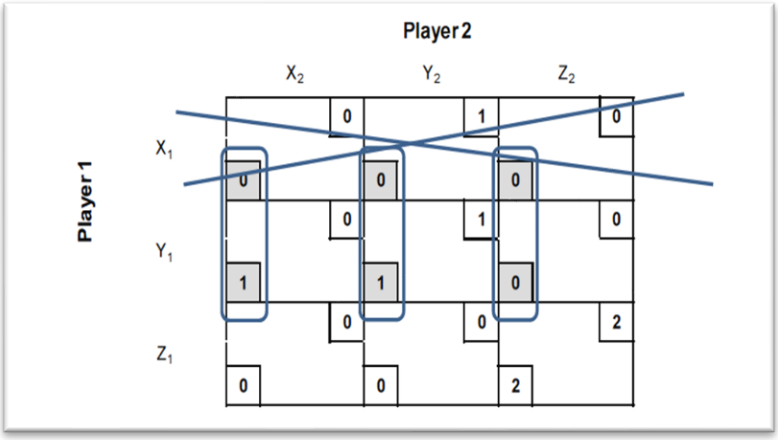
$A_1(X_1, X_2) < A_1(Y_1, Y_2)$ است، زیرا $0 < 1$ است.

$A_1(X_1, Z_2) < A_1(Y_1, Z_2)$ است، زیرا $0 = 0$ است.

بنابراین می‌توان گفت که $X_1 < Y_1$ است.

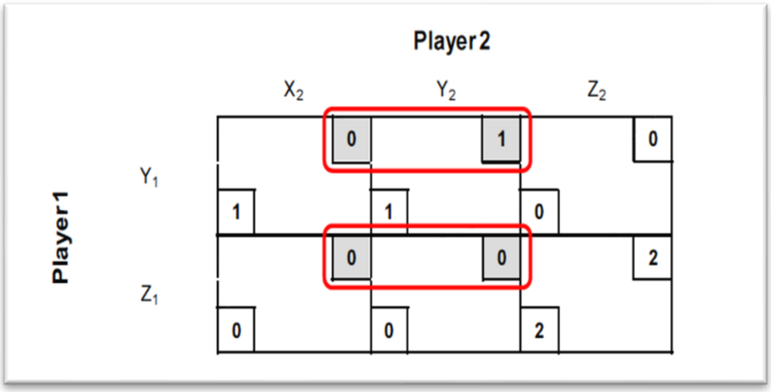
این رابطه با توجه به اســـتراتژی‌های بازیکن اول برای ترجیحات این بازیکن قابل تعریف است، یعنی بازیکن اول استراتژی Y_1 را به استراتژی X_1 ترجیح می‌دهد. همچنین، می‌توان گفت که اســـتراتژی X_1 بر اســـتراتژی Y_1 غلبه دارد. در این حالت، اینکه بازیکن اول کدام اسـتراتژی را انتخاب می‌کند به این بسـتگی دارد که بازیکن دوم کدام اسـتراتژی را انتخاب خواهد کرد.

از آنجا که بازیکن اول هرگز استراتژی X_1 را انتخاب نمی‌کند و استراتژی Y_1 را به آن ترجیح می‌دهد می‌توان استراتژی X_1 را از فرآیند بازی حذف کرد.



شکل (۲-٤): حذف X1 از استراتژی مغلوب

پس از حذف استراتژی X_1، بازی اصلاح شده به‌صورت زیر قابل نمایش است.



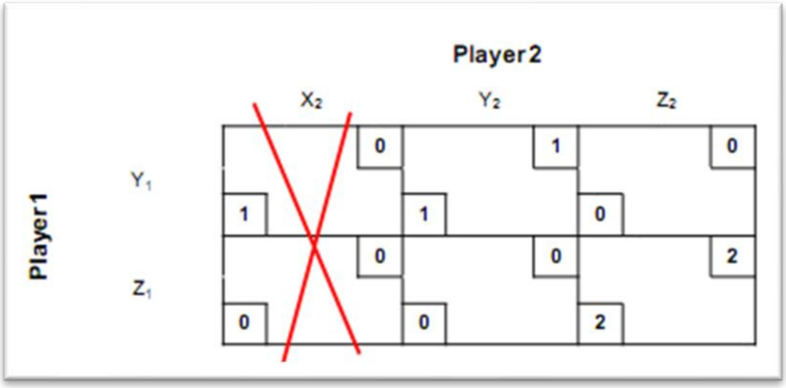
شکل (۲-۵): بازی اصلاح شده پس از حذف X1

درنتیجه، در این بازی تعدیل شـده، برای بازیکن دوم اسـتراتژی Y_2 بر اسـتراتژی X_2 غالب است، زیرا روابط زیر میان استراتژی‌ها برقرار است:

$A_2(Y_1,X_2) < A_2(Y_1,Y_2)$ است، زیرا $0 < 1$ است.

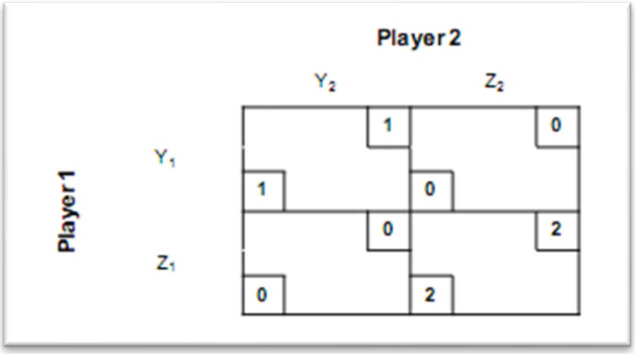
$A_1(Z_1,X_2) < A_1(Z_1,Y_2)$ است، زیرا $0 < 1$ است.

با توجه به روابط فوق $X_2 < Y_2$ اســـت؛ یعنی در ماتریس زیر اســـتراتژی X_2 حذف شده است.



شکل (۲–۶): حذف X2 از استراتژی مغلوب

پس از حذف استراتژی X_2 بازی زیر به‌عنوان یک بازی جدید قابل تعریف است:



شکل (۲-۷): بازی اصلاح شده پس از حذف X2

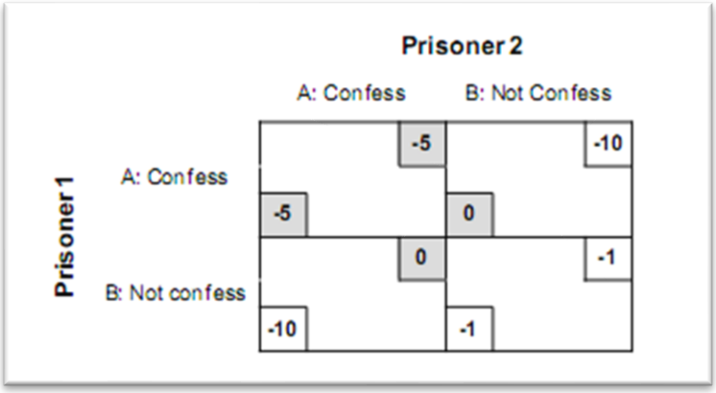
۲-۴ تعادل‌ها در استراتژی‌های خالص

۲-۴-۱ پاسخ‌های بهینه

مفهوم پاسخ بهینه[1] برای درک نظریه بازی‌ها و تعیین تعادل‌ها در بازی دارای اهمیت فراوانی است. بهترین پاسخ‌ها همواره به استراتژی نسبی رقیب بستگی دارد. به‌عنوان مثال، در قبال هر استراتژی مربوط به بازیکن دوم، یک یا بیش از یک پاسخ بهینه برای بازیکن اول وجود دارد.

یک بار دیگر به معمای زندانی نگاهی می‌اندازیم:

1 Best Responses



شکل (۲-۸): معمای زندانی

در صورتی که زندانی دوم اعتراف کند پاسخ بهینه زندانی اول این است که وی نیز اعتراف کند. اگر زندانی دوم اعتراف نکند، پاسخ بهینه زندانی اول باز این است که اعتراف کند. در این حالت روابط زیر برقرار است:

$$BR_1\left(\text{اعتراف کردن}\right) = (\text{اعتراف کردن})$$

$$BR_1\left(\text{اعتراف نکردن}\right) = (\text{اعتراف کردن})$$

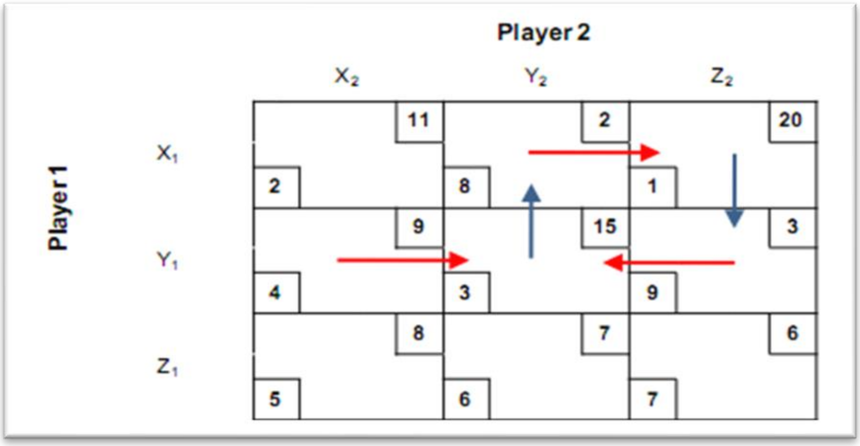
$$BR_2\left(\text{اعتراف کردن}\right) = (\text{اعتراف کردن})$$

$$BR_2\left(\text{اعتراف نکردن}\right) = (\text{اعتراف کردن})$$

در ابتدا از یک استراتژی شروع می‌کنیم و برای آن پاسخ‌های بهینه را تعیین می‌کنیم و این فرآیند را ادامه می‌دهیم یعنی پاسخ بهینه برای یک استراتژی تعیین می‌شود و سپس پاسخ بهینه‌ای برای آن پاسخ بهینه تعیین می‌گردد و این فرآیند بهینه‌یابی تا زمانی ادامه می‌یابد که پاسخ بهینه‌ای برای یک زوج از استراتژی‌ها که در نوع خود نیز بهترین استراتژی هستند، یافت شود که این جست‌وجو به پاسخ تعادلی می‌انجامد. در حالت تعادل برای هیچ‌یک از بازیکنان به صرفه نیست که به‌صورت یک‌طرفه از نقطه تعادلی

دور شـــوند. در ادامه بحث به‌زودی به موضـــوع تعادل باز می‌گردیم، زیرا لازم اســـت که تعادل نش را تعریف کنیم و کاربرد آن را توضیح دهیم.

باید تأکید کرد که در حالت تعادل فرآیند بهینه‌یابی همیشـــه پایان‌پذیر نیســـت. این امر در مثـال زیر بـه‌خوبی نشـــان داده می‌شـــود. کـه در این مثـال فرآینـد مـذکور از زوج مرتب $S = (Y_1, X_2)$ آغاز می‌شـــود. ولی «چرخه پاســـخ بهینه» به یک تعادل پایدار منجر نمی‌شود:



شکل (۲-۹): حالات مختلف بهینه‌یابی

در این مثال بازیکن اول با اســـتراتژی Y_1 بازی را آغاز می‌کند و بازیکن دوم در مقابل این اســـتراتژی، پاســـخ بهینه خود را به‌صـــورت $BR_2(Y_1) = Y_1$ انتخاب می‌کند. اگر این ســـرنخ را گرفته، به جست‌وجو ادامه دهیم، نتایج زیر پاسخ‌های بهینه برای این بازی را نشان می‌دهد:

$BR_2(Y_1) = Y_2 \ \rightarrow S = (Y_1, Y_2)$

$BR_1(Y_2) = X_1 \ \rightarrow S = (X_1, Y_2)$

$BR_2(X_1) = Z_2 \ \rightarrow S = (Y_1, Y_2)$

$BR_1(Z_2) = Y_1 \ \rightarrow S = (Y_1, Z_2)$

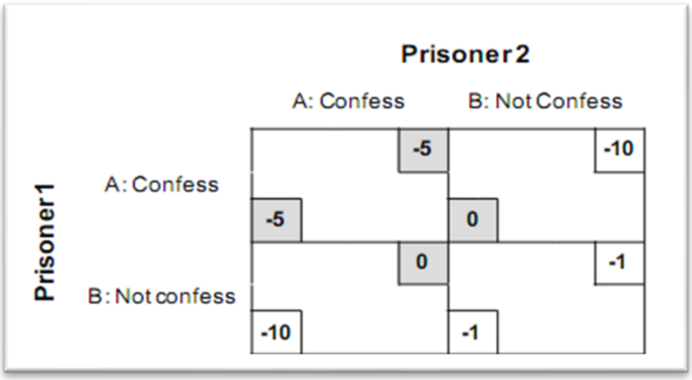
۲-۴-۲ تعادل‌های نش

تعادل‌های نش[1] یکی از اساسی‌ترین مفاهیم برای حل مسائل مربوط به نظریه بازی‌ها است، این تعادل‌ها در سال ۱۹۵۰ توسط جان نش ارائه شد و محدوده آنها بسیار فراتر از بازی‌های همزمان است و تقریباً تمامی شکل‌های بازی‌ها را در بر می‌گیرد.

تعادل نش عبارت از حالتی است که در یک استراتژی مشخص، برای یک بازیکن به صرفه نیست که تنها بازیکنی باشد که استراتژی خود را تغییر دهد. بنابراین در تعادل نش هیچ بازیکنی انگیزه ندارد که به تنهایی از نقطه تعادل دور شود.

می‌توان عبارت «دور شـدن از نقطه تعادل به‌صـورت انفرادی به‌صـرفه نیسـت»، را به‌عنوان یک قاعده سرانگشتی برای تشخیص تعادل نش معرفی کرد[2].

بار دیگر می‌توان از معمای زندانی به‌عنوان یک مثال استفاده کرد:



شکل (۲-۱۰): معمای زندانی

وضـعیتی به‌صـورت $S^* =$ (اعتراف کردن ,اعتراف کردن) یک تعادل نش اسـت؛ زیرا برای هیچ‌یک از بازیکنان به‌صرفه نخواهد بود که تنها کسی باشد که از استراتژی تعادلی

---

1 Nash Equilibrium

۲ براسـاس این تعریف، تعادل نش عبارت از حالتی اسـت که در آن هیچ کدام از بازیکنان نتواند با تغیر رفتار (بازی) خود، به شرط ثبات رفتار (بازی) بازیکن رقیب، وضعیت (مطلوبیت) خود را بهبود بخشد (مترجمان).

دور می‌شـود (یعنی۱۰ سـال را در زندان سـپری کند). تنها در صـورتی که هر دو بازیکن به‌دنبال تغییر اسـتراتژی خود باشـند، انگیزه برای ایجاد تغییر در اسـتراتژی وجود خواهد داشت که برای نشان دادن تعادل نش در این مثال از فرم نوشتاری زیر استفاده می‌کنیم:

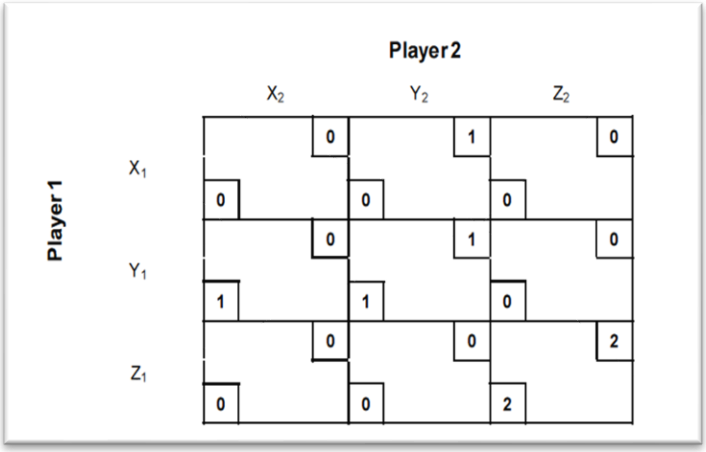
$S^* = \left(\text{اعتراف کردن , اعتراف کردن}\right)$

$S_1^* =$ اعتراف کردن

$S_2^* =$ اعتراف کردن

که در آن S^* نشـان دهنده تعادل نش اسـت و S_1^* نشـان‌دهنده تعادل نش برای بازیکن اول و S_1^* نیز نشان‌دهنده تعادل نش برای بازیکن دوم است.

اما سـوال پیش رو آن اسـت که چگونه می‌توان به‌صـورت عملی و قاعده‌مند در یک بازی همزمان دو نفری با هر تعداد اسـتراتژی تعادل نش را تعیین کرد؟ آسـان‌ترین راه این است که ابتدا به سراغ تمامی استراتژی‌های امکان‌پذیر برای بازیکن دوم، در مقابل بازیکن اول برویم و در هر مورد بهترین بازده و نتیجه حاصـل از بازی را برای اسـتراتژی‌های متنوع تعیین کنیم که این فرآیند به‌صـورت معکوس برای بازیکن اول نیز باید انجام گیرد. از این طریق می‌توان پاسـخ‌های بهینه را در برابر تمامی اسـتراتژی‌های ممکن برای رقیب تعیین کرد. آنگاه تعادل‌های نش تمامی وضعیت‌هایی است که در آن مقدار بازده برای هر دو بازیکن مقدار بهینه است.



شکل (۲-۱۱): تعادل نش

اکنون می‌توان این روش را در ٦ مرحله به‌انجام رسـاند. اولین گام وقتی اسـت که بازیکن دوم استراتژی ۳ را انتخاب می‌کند. بررسی را با بازیکن اول و استراتژی X_2 آغاز می‌کنیم.

۱. اگر بازیکن دوم اسـتراتژی X_2 را انتخاب کند، پاسـخ بهینه بازیکن اول، اسـتراتژی Y_1 با بازده $A_1(Y_1, X_2) = 1$ است (خانه سطر دوم ستون اول شکل (۲-۱۱)).

۲. اگر بازیکن دوم استراتژی Y_2 را انتخاب کند، پاسخ بهینه بازیکن اول، استراتژی Y_1 با بازده $A_1(Y_1, Y_2) = 1$ است (خانه سطر دوم ستون دوم جدول).

۳. اگر بازیکن دوم اسـتراتژی Z_2 را انتخاب کند، پاسـخ بهینه بازیکن اول، اسـتراتژی Z_1 با بازده آن $A_1(Z_1, Z_2) = 1$ است (خانه سطر سوم ستون سوم شکل (۲-۱۱)).

٤. اگر بازیکن اول اسـتراتژی X_1 را انتخاب کند، پاسـخ بهینه بازیکن دوم، اسـتراتژی Y_2 با بازده $A_2(X_1, Y_2) = 1$ است (خانه سطر اول ستون دوم شکل (۲-۱۱)).

٥. اگر بازیکن ۱ اسـتراتژی Y_2 را انتخاب کند، پاسخ بهینه بازیکن دوم، اسـتراتژی Y_2 با بازده $A_2(Y_1, Y_2) = 1$ است (خانه سطر دوم ستون دوم شکل (۲-۱۱)).

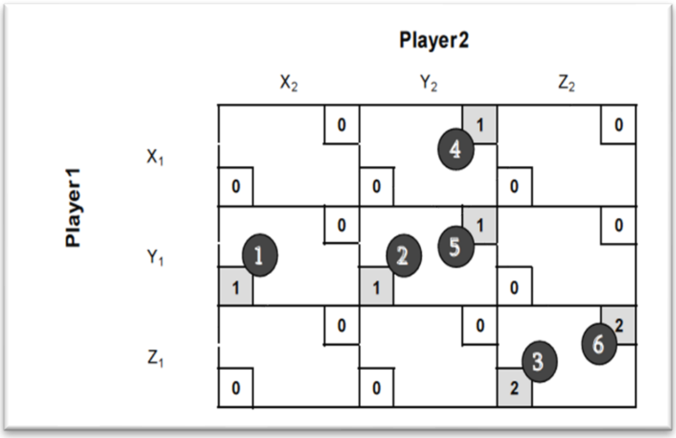
۶. اگر بازیکن اول استراتژی Z_1 را انتخاب کند، پاسخ بهینه بازیکن دوم، استراتژی Z_2 با بازده $A_2(Z_1, Z_2) = 1$ است (خانه سطر سوم ستون سوم شکل (۲-۱۱)).

به این ترتیب شش پاسخ بهینه مشخص شده است که از میان آنها بازده حاصل از بازی در استراتژی‌های (Y_1, Y_2) و (Z_1, Z_2) مقادیر بهینه است.

هر کدام از این خلنه‌ها نشانگر یک تعادل نش است، بنابراین این بازی دارای دو تعادل نش به‌صورت زیر است:

$S^* = (Y_1, Y_2), S_1^* = Y_1, S_2^* = Y_2$

شش مرحله‌ای که در اینجا برای تعیین تعادل نش بیان شد، باردیگر در تصویر زیر نشان داده شده‌اند:



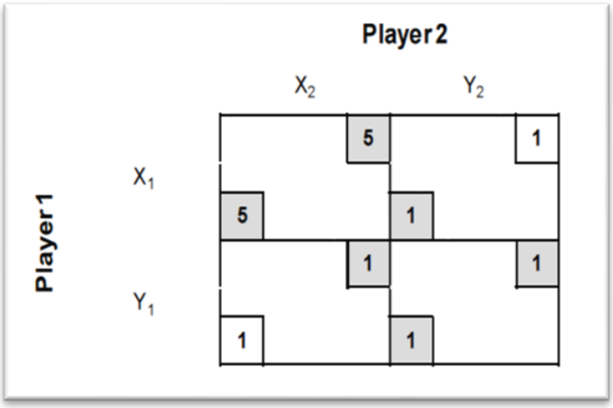
شکل (۲-۱۲): مراحل شش گانه تعیین تعادل نش

۲-۴-۳ تعادل محض (اکید)

در صورتی که استراتژی تمامی بازیکنان در تعادل نش همزمان استراتژی غالب نیز باشند، به این تعادل، تعادل محض (اکید) [1] نش می‌گویند. معیار اصلی برای اکید بودن

1 Strict Equilibrium

تعادل آن اســت که تعادل مورد نظر اکیداً بهتر از حالتی باشــد که در آن قرار دارد. نتیجه وجود تعادل اکید آن اســت که هر بازیکن تنها یک پاســخ بهینه در برابر اســتراتژی‌های رقیب خود خواهد داشــت. این بدان معناســت که در یک بازی نمی‌تواند چندین تعادل اکید نش وجود داشته باشد. بازی زیر را در نظر بگیرید.



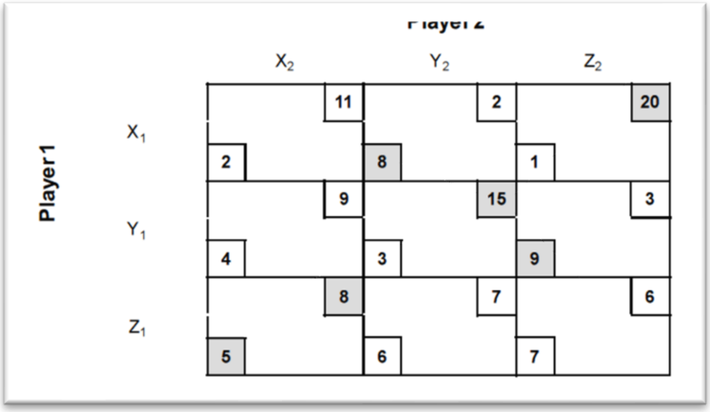
شکل (۲-۱۳): تعادل اکید نش

در این بازی اســتراتژی‌های $S_1^*(X_1,X_2)$ و $S^{**}=(Y_1,Y_2)$ تعادل‌های نش هســتند؛ زیرا X_1 اسـتراتژی غالب برای بازیکن اول و X_2 اسـتراتژی غالب برای بازیکن دوم اسـت و S^* نیز یک تعادل اکید نش برای این بازی است.

بـه‌طورکلی می‌توان گفـت $S_1^*(X_1,X_2)$ زمـانی بـه‌عنوان یـک تعـادل اکیـد نش در نظر گرفته می‌شـود که نه تنها فقط X_1 بلکه X_2 نیز یک اسـتراتژی غالب باشـد. تعادل‌های اکید همیشه تعادل‌های نش هستند.

۲-۴-۵ تعادل‌های نش و پاسخ‌های بهینه

تعادل‌های نش و پاسـخ‌های بهینه دارای ارتباط مسـتقیمی هسـتند که برای نشـان دادن این مثال زیر را می‌توان ارائه کرد.



شکل (۲-۱٤): تعادل نش و پاسخ‌های بهینه

تنها تعادل نش در این بازی استراتژی $S^* = (Z_1, X_2)$ است. برای دست‌یابی به پاسخ بهینه به استراتژی تعادل نش برای رقیب به ترتیب پاسخ‌های بهینه زیر برای بازیکن ۱ و بازیکن ۲ به کار می‌رود.

$$BR_2(Z_1) = X_2 \qquad (۲-۳)$$

$$BR_1(X_2) = Z_1 \qquad (۲-٤)$$

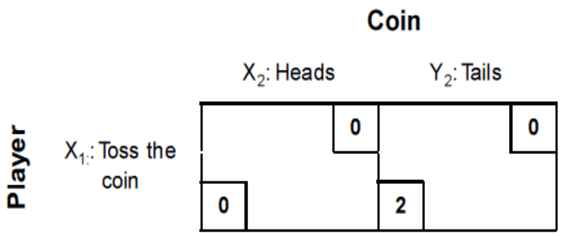
پاسخ بهینه حاصل از تعادل‌های نش بار دیگر یک تعادل نش را نتیجه می‌دهد. به همین علت است که گفته می‌شود که تعادل نش، «بهترین پاسخ به خود» است.

۲-۵ تعادل‌ها در استراتژی‌های ترکیبی

۲-۵-۱ استراتژی‌های ترکیبی و بازده مورد انتظار

برخلاف استراتژی‌های خالص، در استراتژی‌های ترکیبی بازیکن تنها روی یک استراتژی (خالص) تصمیم‌گیری نمی‌کند، بلکه چندین استراتژی خالص را بازی می‌کند که هر کدام از آنها دارای احتمال مشخصی است.

یک مثال سنتی برای یک بازی با استراتژی ترکیبی، پرتاب یک سکه است که در آن ۵۰ درصد احتمال آمدن شیر یا خط وجود دارد. فرض کنید که بازیکن یک سکه را پرتاب می‌کند. در صورتی که خط بیاید، ۲ دلار دریافت می‌کند و در صورتی که شیر بیاید، پولی دریافت نخواهد کرد. در این بازی برای پرتاب کردن سکه پولی دریافت نمی‌شود. در این حالت ماتریس بازده به‌صورت زیر است:



شکل (۲–۱۵): ماتریس بازده

از آنجا که در این بازی احتمال آمدن شیر یا خط $\frac{1}{2}$ است، می‌توانیم روابط زیر را برای استراتژی ترکیبی پرتاب سکه تدوین کرد:

$$S_{coin} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \qquad (۲–۵)$$

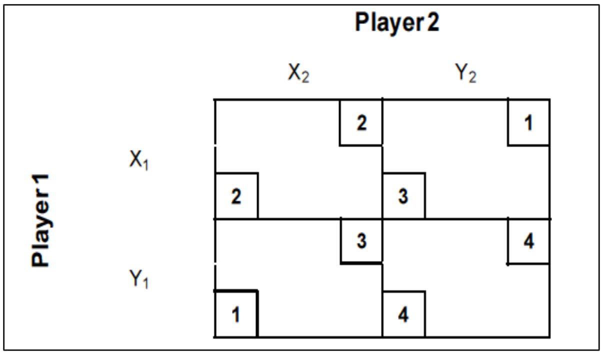
در این عبارت استراتژی‌های قابل انتخاب ارائه نشده‌است، بلکه به جای آنها احتمالی بیان می‌شود که بر اساس آن استراتژی‌ها بازی می‌شوند. اگر کسی نمی‌تواند تصور کند که پرتاب سکه بیانگر یک استراتژی است، به‌جای آن می‌تواند بازیکنی را در نظر بگیرد که بر اساس استراتژی X_2 و Y_2 با پرتاب یک سکه در هر حالت تصمیم‌گیری می‌کند. اکنون سوال پیش روی ما این است که بازده مورد انتظار بازیکن از انجام این بازی چقدر بالاست؟از آنجا که بازیکن دارای یک شانس ۵۰ درصد برای دریافت ۰ دلار (آمدن شیر) و شانس ۵۰ درصد برای دریافت ۲ دلار (آمدن خط) است، بازدهی مورد انتظار وی به‌صورت زیر است:

$\frac{1}{2}.0\$ + \frac{1}{2}.2\$ = 1\$$ (۲–٦)

برای به دست آوردن بازده مورد انتظار خواهیم داشت:

$$E\left(A_{player}\left(\text{پرتاب سکه}, \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)\right)\right) = \frac{1}{2}(0)\$ + \frac{1}{2}(2)\$ = 1\$$$ (۲–۷)

یعنی«بازده مورد انتظار برای بازیکن اول زمانی که سـکه را پرتاب می‌کند برابر با عدد ۱ است.» یک مثال اندکی پیچیده‌تر می‌تواند این وضعیت را به‌شکل روشن‌تری نشان دهد:



شکل (۲–۱٦): مثال

فرض کنیم که بازیکن دوم، به احتمال ۲۵ درصد استراتژی X_2 و به احتمال ۷۵ درصد استراتژی Y_2 را به اجرا در آورد. بنابراین استراتژی وی به‌صورت زیر خواهد بود:

$S_2 = (\frac{1}{4},\frac{3}{4})$ (۲–۸)

اکنون باید حسـاب کرد که بازدهی مورد انتظار برای بازیکن اول در صـورتی که استراتژی X_1 را به اجرا در آورد چقدر است.

$$E\left(A_1\left(X_1,\left(\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right)\right)\right) = \frac{1}{4}.2 + \frac{3}{4}.3 = \frac{1}{2} + \frac{9}{4} = 2.75$$ (۲–۹)

بازده مورد انتظار برای بازیکن اول در صورتی که وی استراتژی X_1 را اجرا کند و بازیکن دوم استراتژی $S_2 = (\frac{1}{4},\frac{3}{4})$ را به اجرا در آورد، برابر با 2/75 است.

حال فرض کنیم که بازیکن اول می‌خواهد یک استراتژی ترکیبی مانند $S_1 = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ را به اجرا در آورد. هر کدام از ترکیب‌های مربوط به استراتژی‌ها با یک احتما ل مشخص بازی می‌شوند:

$S = (X_1, X_2)$	.125	$(=\frac{1}{2}.\frac{1}{4})$
$S = (X_1, Y_2)$	٪37.5	$(=\frac{1}{2}.\frac{3}{4})$
$S = (Y_1, X_2)$	٪12.5	$(=\frac{1}{2}.\frac{1}{4})$
$S = (Y_1, Y_2)$	٪37.5	$(=\frac{1}{2}.\frac{1}{4})$
	=100	=1

بنابراین، بازدهی مورد انتظار برای بازیکن ۱ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

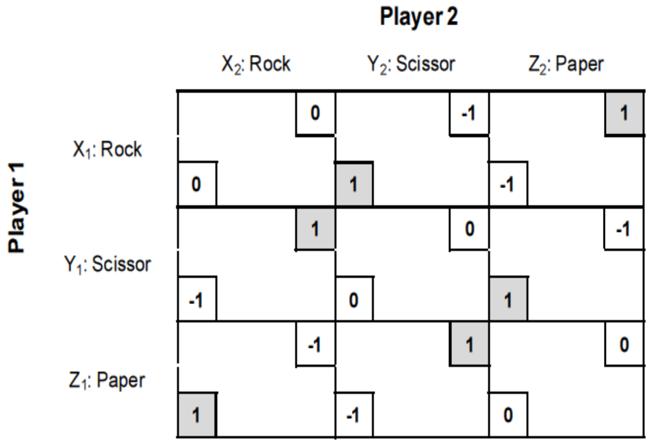
$$E(A_1((\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), (\frac{1}{4}, \frac{3}{4}))) = \frac{1}{2}\ (\frac{1}{4})\ 2 + \frac{1}{2}\ (\frac{3}{4})\ 3 + \frac{1}{2}\ (\frac{1}{4})\ 1 + \frac{1}{2}\ (\frac{3}{4})\ 4$$
$$= \frac{2}{8} + \frac{9}{8} + \frac{1}{8} + \frac{12}{8}$$
$$= \frac{24}{8}$$
$$= 3 \qquad (۱۰-۲)$$

۲-۵-۲ تعادل‌های ترکیبی نش

تعادل‌های ترکیبی نش[1] آن دسته از تعادل‌های نش هستند که از استراتژی‌های ترکیبی ساخته شده‌اند. این استراتژی‌ها را می‌توان به خوبی با استفاده از بازی «سنگ، کاغذ قیچی» توضیح داد که در آن سنگ قیچی را شکست می‌دهد، قیچی کاغذ را شکست می‌دهد و کاغذ نیز سنگ را شکست می‌دهد.

1 Nash Mixed Equilibriums

برنده این بازی ۱ دلار پول دریافت می‌کند که آن را فرد بازنده می‌پردازد. اگر هر دو بازیکن استراتژی یکسانی را انتخاب کنند، هیچ‌کس چیزی دریافت نمی‌کند. از این رو، ماتریس بازده برای این بازی به‌صورت زیر است.



شکل (۲–۱۶): تعادل ترکیبی نش

این بازی هیچ‌گونه تعادل نش به‌صورت استراتژی خالص ندارد. اما سؤال این است که بازیکن کدام استراتژی را دنبال می‌کند؟ اگر بازیکنان این بازی را چندین بار با موفقیت بازی کنند، هر دو بازیکن معمولاً تلاش می‌کنند که این بازی را به‌صورت محافظه کارانه و رمزگونه[1] بازی کنند؛ یعنی که در بلند مدت سعی می‌کنند که، استراتژیی را بازی کنند که با استراتژی‌های قبلی متفاوت باشد؛ زیرا بازیکن رقیب با درک مقابل این موضوع می‌تواند منفعت کسب کند و استراتژی مخالف مناسب، برای مقابله با این استراتژی را برگزینند. تنها در صورتی که هر بازیکن، هر استراتژی خود را با احتمالات یکسان بازی کند، آنگاه انگیزه‌ای برای هیچ‌یک از بازیکنان وجود ندارد‌که استراتژی خود را تغییر دهد.

1 Inscrutably

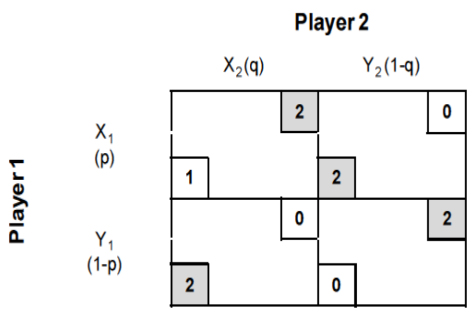
در این حالت، استراتژی زیر

$$S^* = ((\tfrac{1}{3},\tfrac{1}{3},\tfrac{1}{3}),((\tfrac{1}{3},\tfrac{1}{3},\tfrac{1}{3})) \qquad (۱۱-۲)$$

بر طبق روابط بالا یک تعادل نش است که از استراتژی‌های ترکیبی ساخته شده است. همانطور که نشان داده شد، در این تعادل هیچ بازیکنی انگیزه‌ای برای دوری از این استراتژی و تغییر رفتار ندارد.

به طور اصولی، هر بازی دارای یک تعادل نش است. اگر هیچ‌گونه تعادل نش در استراتژی‌های خالص وجود نداشته باشد، حداقل یک تعادل نش با استراتژی ترکیبی وجود خواهد داشت. البته، یک بازی می‌تولند تعادل نش با هر دو نوع استراتژی خالص و ترکیبی را در خود داشته باشد.

اکنون سوال این است که چگونه می‌توان یک تعادل نش با استراتژی‌های ترکیبی را تعیین کرد؟ برای این منظور، بازی ساده زیر را در نظر می‌گیریم که در آن بازیکن اول استراتژی X_1 را با احتمال p و استراتژی Y_1 با احتمال $(1-p)$ بازی می‌کند و بازیکن دوم استراتژی X_2 را با احتمال q و استراتژی Y_2 را با احتمال $(1-q)$ انجام می‌دهد.



شکل (۲-۱۷): تعادل ترکیبی نش

این بازی هیچ‌گونه تعادل نش با اســـتراتژی خالص را در خود ندارد. البته، از آنجا که هر بازی حداقل دارای یک تعادل نش است، در این بازی حداقل یک تعادل ترکیبی نش به‌صورت ترکیبی وجود دارد.

برای تعیین یک تعادل ترکیبی نش، هر بازیکن باید با توجه به احتمالات موجود، اســـتراتژی‌های خود را به‌گونه‌ای بازی کند که رقیب وی نســـبت به این اســـتراتژی‌ها بی‌تفاوت باشـد. با بازگشـت به بازی «سـنگ، کاغذ، قیچی» می‌توان گفت که این جمله بدان معناســـت که هر بازیکن باید اسـتراتژی خود را به‌گونه‌ای انتخاب کند که بازیکن رقیب نتواند در مقابل او اســـتراتژی خاصـــی را بازی کند و ازاو پیشـــی بگیرد که در این‌صورت بازیکن اول انگیزه‌ای برای تغییراستراتژی خود نخواهد داشت.

با بازگشـــت به مثال قبل بررســـی می‌کنیم که بازیکن اول باید کدام اسـتراتژی‌ها را بازی کند تا بازیکن دوم نسـبت به اسـتراتژی وی بی‌تفاوت باشـد. به‌عنوان مثال، برای این منظور بازده مورد انتظار بازیکن دوم برای اسـتراتژی‌های X_2 و Y_2 باید با هم برابر باشد. این نتایج را می‌توان در معادله زیر نشان داد:

$$E(A_2\big((p,(1-p),X_2)\big) = E(A_2\big((p,(1-p),X_2)\big) \qquad (۱۲-۲)$$

این معادله را می‌توان با مقادیر احتمالات و بازدهی‌های اکید زیرحل کرد:

$$p.2 + (1-p).0 = p.0 + (1-p).2$$
$$\rightarrow 2p = 2 - 2p$$
$$\rightarrow 4p = 2$$
$$p = 1/2 \qquad (۱۳-۲)$$

فرض کنیم بازیکن دوم نیز کار مشـــابهی انجام دهد در این حللت معادله مربوط به‌صورت زیر است.

$$E(A_1\left(X_1(q,(1-q))\right) = E(A_1\left(Y_1,(q,(1-q))\right)$$

$$q.1 + (1-q).2 = q.2$$

$$\rightarrow q + 2 - 2q = 2q$$

$$\rightarrow 2 = 3q$$

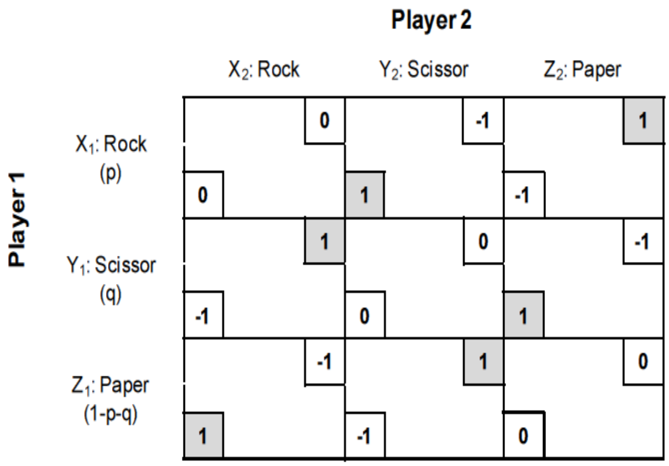
$$\rightarrow q = 2/3 \qquad (۱٤-۲)$$

در نتیجه بازی مورد نظر دارای یک تعادل نش ترکیبی با احتمالات مشـــخص زیر است.

$$S^* = ((\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}),(\tfrac{2}{3},\tfrac{1}{3})) \qquad (۱۵-۲)$$

آیا در صـورتی که بیش از دو اسـتراتژی برای هر بازیکن در وجود داشـته باشـد، می‌توان تعادل ترکیبی نش را محاسـبه کرد؟ برای پاسـخ به این سـؤال بار دیگر به بازی «سنگ، کاغذ، قیچی» باز می‌گردیم و به روش ریاضی محاسبات لازم را انجام می‌دهیم.

نخســت فرض می‌کنیم که بازیکن اول با احتمال p ســنگ، با احتمال q قیچی و با احتمال $(1-p-q)$کاغذ بازی می‌کند.



شکل (۲–۱۸): تعادل ترکیبی نش

بررسی می‌کنیم که بازیکن اول باید کدام استراتژی را انتخاب کند تا بازیکن دوم در قبال استراتژی‌های وی بی‌تفاوت باشد.

$$E(A_2((p,q,(1-p-q),Rock)$$
$$= E(A_2((p,q,(1-p-q),Scissor)$$
$$= E(A_2((p,q,(1-p-q),Paper) \qquad (۲-۱۶)$$

یا

$$E(A_2((p,q,(1-p-q),Rock) = E(A_2((p,q,(1-p-q),Scissor)$$
$$E(A_2((p,q,(1-p-q),Scissor) = E(A_2((p,q,(1-p-q),Paper)$$
$$E(A_2((p,q,(1-p-q),Rock) = E(A_2((p,q,(1-p-q),Paper)$$
(۲-۱۷)

معادلات بالا باید در یک تعادل ترکیبی نش صادق باشد برای بازیکن اول مقدار عددی معادلات به‌صورت زیر قابل محاسبه است؛

(1): p.0 + q.1 + (1-p-q). (-1) = p (-1) + q.0 + (1-p-q).1

$$q - 1 + p + q = -p + 1 - p - q$$
$$2q + p = -2p + 2 - q$$
$$3q = -3p + 2$$
$$q = \frac{2}{3} - p \qquad (۲-۱۸)$$

معادلات سه‌گانه زیر را برای بازیکن دوم به‌صورت زیر خواهیم داشت؛

$$p.(-1) + q.0 + (1-p-q).1 = p.1 + q.(-1) + (1-p-q).0$$
$$-p + 1 - p - q = p - q$$
$$1 - 2p - q = p - q$$
$$3p = 1$$
$$\rightarrow p = \frac{1}{3} \qquad (۲-۱۹)$$

با قرار دادن مقدار p در معادله $q = \frac{2}{3} - p$ مقدار q محاسبه می‌شود؛

$$q = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \qquad (۲-۲۰)$$

بنابراین احتمالات p، q و $(1 - p - q)$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$\rightarrow p = \frac{1}{3}, q = \frac{1}{3}, 1 - p - q = \frac{1}{3} \qquad (۲-۲۱)$$

در این مرحله برای بررسی صحت معادله زیر

$$p.0 + q.1 + (1 - p - q).(-1) = p.1 + q.(-1) + (1 - p - q).0$$
$$\frac{1}{3} - 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}$$
$$0 = 0 \qquad (۲-۲۲)$$

کافی است که مقادیر احتمالات p و q را در آن جایگزین نمائیم.

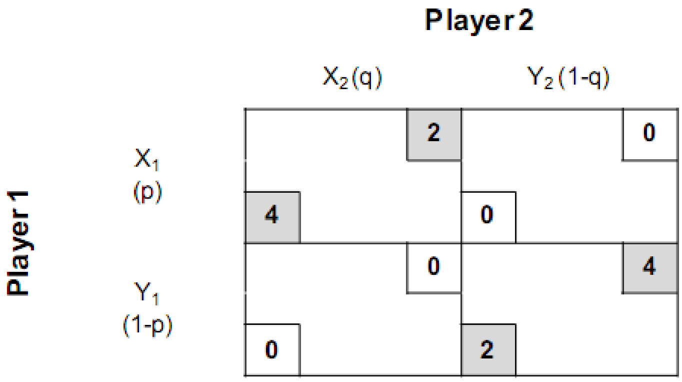
بنابراین برای مقادیر مذکور معادله فوق صادق است و استراتژی که برای بازیکن اول در تعادل نش مورد استفاده قرار می‌گیرد، به‌صورت زیر است:

$$S_1^* = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right) \qquad (۲-۲۳)$$

نتایج یکسانی نیز برای بازیکن دوم به‌دست می‌آید بنابراین تعادل ترکیبی نش به‌صورت زیر است:

$$S^* = \left(\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right), \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)\right) \qquad (۲-۲۴)$$

در عین حال، همان‌طور که در شکل زیر نیز می‌توان مشاهده کرد، بازی‌هایی وجود دارند که در آنها هم تعادل‌های خالص و هم تعادل‌های ترکیبی قابل مشاهده است.



شکل (۲-۱۹): تعادل‌های همزمان ترکیبی و خالص

این بازی دارای دو تعادل نش با استراتژی‌های خالص است.

$$S^* = (X_1, X_2) \qquad (۲۵-۲)$$

$$S^{**} = (Y_1, Y_2) \qquad (۲۵-۲)$$

علاوه برآن، این بازی دارای تعادل ترکیبی نش به‌صورت زیر نیز هست:

$$S^{***} = \left(\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right), \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)\right) \qquad (۲۶-۲)$$

۶-۲ شکل‌های خاص برای بازی‌ها

۲-۶-۱ بازی‌های عادلانه

یک بازی را بازی عادلانه[1] گویند اگر هر دو بازیکن دقیقاً دارای وضـــعیت یکســـانی باشـند. وقتی که هر دو بازیکن با ترکیب استراتژی یکسـان، بازده یکسـانی نیز به‌دســت آورند این بازی، یک بازی عادلانه اســـت. می‌توان بازی‌های عادلانه را توســـط ماتریس نمایش بازی‌ها تشـخیص داد. بازی‌های عادلانه دارای ماتریس بازده قطری هســتند که از

1 Fair Games

بالا سمت چپ ماتریس آغاز می‌شود و به پایین سمت راست آن منتهی می‌شود. معادلات زیر برای یک بازی عادلانه برقرار است:

$$A_1(X_1, X_2) = A_2(X_1, X_2) \qquad (۲۷-۲)$$

$$A_1(X_1, Y_2) = A_2(Y_1, X_2) \qquad (۲۸-۲)$$

$$E\left(A_1\left(\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)\right)\right) = E\left(A_2\left(\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)\right)\right) \qquad (۲۹-۲)$$

نمونه مثال‌های بازی‌های عادلانه بازی «ســـنگ، کاغذ، قیچی» و بازی معمای زندانی است.

۲-۶-۲ بازی‌های مجموع صفر

بازی مجموع صــفر[1] یک بازی اســت که در آن مجموع بازده در هر خانه از ماتریس بازی، برابر با صــفر اســت. به‌عبارت دیگر، در یک بازی مجموع صــفر برد یک بازیکن مســتلزم باخت بازیکن دیگراســت. برای یک بازی مجموع صــفر می‌توان بازی «ســنگ، کاغذ، قیچی» را مثال زد که یک بازی عادلانه نیز هســـت. اما الزامی وجود ندارد که هر بازی مجموع صـفر حتماً باید عادلانه نیز باشـد. در یک بازی این امکان وجود دارد که در تمامی مراحل آن، فقط یک بازیکن پیروز شـــود و بازیکن دوم باید مبالغی را که بازیکن اول برده اسـت، را «بپردازد». در این حالت بازی دارای مجموع صـفر اسـت، اما یک بازی عادلانه نیست.

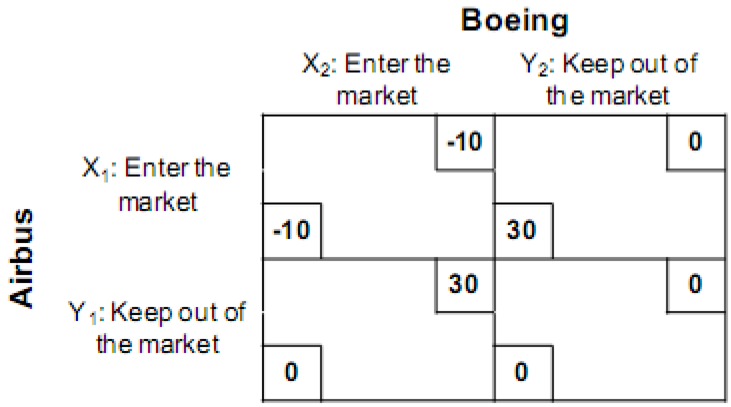
1 Zero Sum Games

۲-۷ بازی‌های همزمان در اقتصاد

۲-۷-۱ بازی ورود به بازار

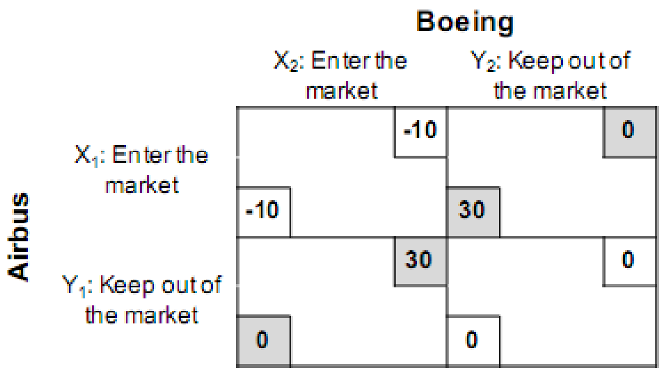
یکی از مثال‌های معروف برای بازی‌های همزمان، بازی‌های ورود به بازار اســـت که در آن شـرکت‌های هوایی رقیب ایرباس و بویینگ به دنبال ورود به بازار هسـتند. از آنجا هزینه‌های توسعه‌ای این شرکت‌ها بسیار بالا، و ظرفیت بازار محدود است، در صورتی که ایرباس و بویینگ هر دو با هم وارد بازار شــوند و بازار را بین خود تقســیم کنند، ممکن است که هیچ منفعتی از این تقسیم به‌دست نخواهند آورد؛ زیرا هزینه‌های توسعه‌ای بنگاه بسیار بیشتر از منافع مورد انتظار حاصل از ورود به بازار است و ممکن است هر دو بنگاه ضــرر کنند. برعکس، اگر یکی از آن شــرکت‌ها بازار را ترک کند و آن را به رقیب خود بسـپارد، شـرکت رقیب هزینه‌های توسـعه‌ای نخواهد داشـت و سـودهای بسـیار هنگفتی را کسـب خواهند کرد؛ زیرا کل بازار را به خود اختصـاص می‌دهد. در صـورتی که هیچ‌کدام از بنگاه‌ها به بازار وارد نشود، هیچ هزینه و سودی برای آن‌ها وجود نخواهد داشت.

اگر هزینه‌های توسـعه هربنگاه حدود ۵۰ دلار و بازار دارای ظرفیت کسـب درآمد ۸۰ دلار باشـد و با این فرض که دو شـرکت بازار را به‌طور مسـاوی بین خود تقسـیم می‌کنند، ماتریس بازده زیر نمایش این بازی است.



شکل (۲–۲۰): بازی ورود به بازار

در این بازی دو تعادل نش وجود دارد که براساس آن یکی از شرکت‌ها به بازار وارد می‌شود و شرکت دیگر خارج از بازار می‌ماند. ماتریس بازده در این بازی به‌صورت زیر است.



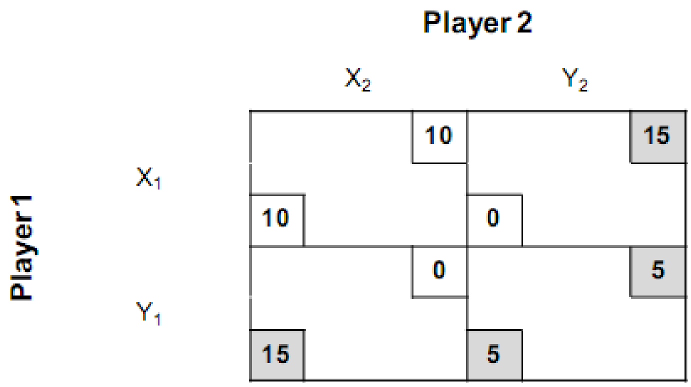
شکل (۲–۲۱): ماتریس بازده

از تعادل‌های نش به‌صورت $S^* = (Y_1, X_2)$ و $S^* = (X_1, Y_2)$ می‌توان استنباط کرد که هیچ‌یک از این دو شرکت تا زمانی که شرکت رقیب به استراتژی خود پای‌بند است، نمی‌تواند بازده خود را بهبود بخشند.

۲-۷-۲ توافقات بازار (بازی اوپک)

نمونه بازی توافقات بازار عبارت از توافقات کشورهای عضو سازمان اوپک[1] است. در این بازی دو کشور اوپک با یکدیگر توافق می‌کنند که تنها فروش حجم محدودی از نفت در بازار جهانی را پیشنهاد کنند تا بتوانند قیمت نفت را بالا نگاه دارند. با این توافق، هر عضو به فروش سالانه ۱۵ میلیارد دلار دست خواهد یافت. اگر یکی از این اعضاء توافق صورت گرفته را زیر پا بگذارد، می‌توان انتظار داشت که فروش آن تا ۱۵ میلیون دلار افزایش یابد و عضو دیگر هیچ فروشی نخواهد داشت. در صورتی که هر دو عضو قرارداد را زیر پا بگذارند، به‌خاطر کاهش قیمت نفت در نتیجه اشباع بازار نفت هر دو کشور تنها ۵ میلیون دلار فروش خواهند داشت.

فرض کنید X_1 و X_2 هرکدام استراتژی‌های مربوط به پایبندی به قرارداد و Y_1 و Y_2 نیز استراتژی‌های مربوط به زیر پا گذاشتن قرارداد باشد که در این‌صورت ماتریس بازدهی بازی به‌صورت زیر است:



شکل (۲-۲۲): توافقات بازار

1 OPEC

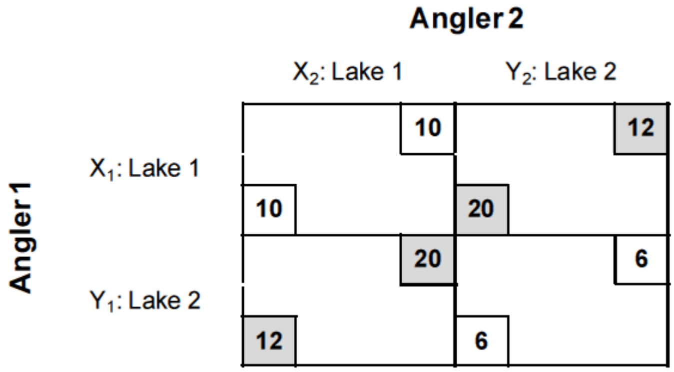
فرآیند بازی دارای یک تعادل نش با اســتراتژی خالص به‌صــورت زیر اســت:

$S^* = (Y_1, Y_2)$

این بدان معناست که هر دو عضو تمایل دارند که قرارداد را زیر پا بگذارند تا آنکه به آن عمل کنند، هر چند که هر دو آنها در این تعادل نش در وضــعیت بدتری قرار می‌گیرند. البته باید به یاد داشــت که این تعادل، تعادلی ناپایدار خواهد بود؛ زیرا هر یک از اعضــا انگیزه دارد که هنگام بالا بودن قیمت نفت، فروش خود را افزایش دهد. شــرایط موجود در بازی اوپک به وضعیت بیان شده در معمای زندانی بسیار شبیه است.

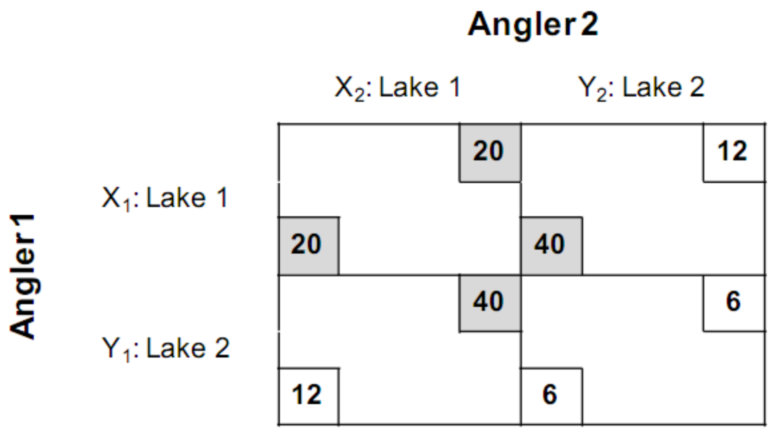
۲-۷-۳ اقتصاد منابع

یک نمونه دیگر در بازی‌های همزمان بازی اقتصاد منابع است. فرض کنید دو ماهیگیر و دو دریاچه وجود داشته باشند، در این بازی برای هر ماهیگیر این امکان وجود دارد که از میان دو دریاچه (دریاچه ۱ و دریاچه ۲)، یکی را برای ماهیگیری انتخاب کند. دریاچه اول دارای ۲۰ ماهی و دریاچه دوم دارای ۱۲ ماهی اســت. در صــورتی که هر دو ماهیگیر دریاچه یکسانی را برای صید ماهی انتخاب کنند، تعداد ماهی‌های صید شده را میان خود به تســاوی تقســیم خواهند کرد؛ اما اگر یکی از ماهیگیران یک دریاچه و ماهیگیر دیگر دریاچه دیگری را برای صــید ماهی انتخاب کنند، در این حالت هر کدام از ماهیگیران تمامی ماهی‌های صــید شــده از دریاچه محل صــید خویش را از آن خود خواهند کرد که ماتریس بازده این بازی به‌صورت زیر است:



شکل (۲–۲۳): ماتریس بازده بازی

در این بازی هر یک از تعادل‌های نش حاوی اســـتراتژی ماهیگیری در دو دریاچه متفاوت است. ارائه توزیعی به این شکل بدیهی و آشکار است و به این موضوع بستگی دارد که تفاوت میان ذخیره ماهی موجود در دو دریاچه بسیار زیاد نباشد. برای مثال، اگر تعداد ماهی موجود در دریاچه ۱ از ۲۰ به ۴۰ ماهی افزایش یابد، نتیجه این بازی را می‌توان با ماتریس بازده زیر نشان داد:



شکل (۲–۲٤): ماتریس بازده بازی

به دلیل تغییر چارچوب بازی، تنها تعادل نش در این بازی اســـتراتژی تقســـیم ماهی موجود در دریاچه ۱ است.

۲-۸ بازی‌های سه نفره

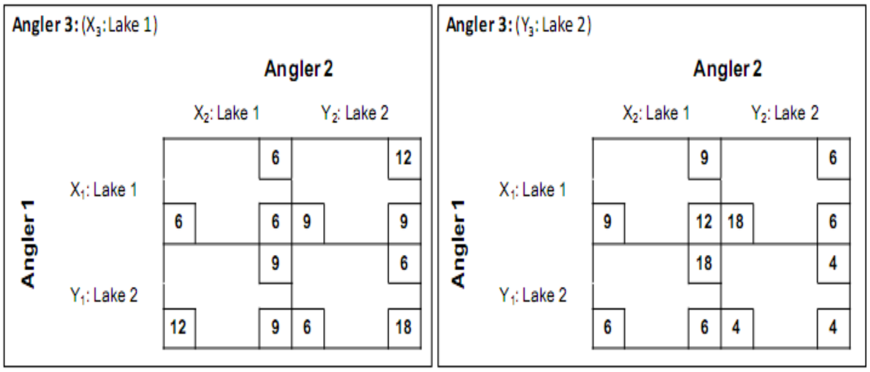
در مثال بازی دو ماهیگیر و دو دریاچه (اقتصاد منابع) قبل لزومی ندارد که بازی حتما شـــامل تنها دو بازیکن باشـــد (اصـــولا، وجود هر تعداد بازیکن در یک بازی امکان‌پذیر است) به‌عنوان مثال، هر تعداد ماهیگیر در می‌توانند دو دریاچه مورد بحث در مثال اقتصاد منابع را میان خود تقسیم کنند.

در ادامه بررســـی، به‌روشـــنی نشـــان داده می‌شـــود که چگونه می‌توان تعادل‌های نش مربوط به یک بازی با حداقل ســه بازیکن را تعیین کرد. در این حالت، یک بعد ســوم نیز باید به ماتریس بازده برای بازیکن سوم اضافه شود.

برای اینکه بتوان هنوز هم بازی را در یک فضای دو بعدی نشان داد (بازی را باید در دو ماتریس دو بعدی جداگانه نمایش دهیم)، بعد ســوم را نمایش انتخاب اســتراتژی‌های مختلف بازیکن ســـوم اســـت، در این دو ماتریس (در گوشـــه‌های پایین ســـمت راســـت خانه‌های مختلف) نشان داده می‌شود. در این دو ماتریس مانند قبل سطرهای ماتریس‌ها نمایش اســتراتژی‌های مختلف بازیکن اول و ســتون‌های ماتریس‌ها نمایش اســتراتژی‌های مختلف بازیکن دوم اســـت. البته همان‌طور که توضـــیح داده شـــد، مقدار بازده مربوط به بازیکن سوم در خانه‌های مختلف در گوشه‌های پایین سمت راست نشان داده می‌شود.

این بازی به‌وســیله بازی اقتصاد منابع قابل بررســی اســت، اکنون، فرض می‌کنیم ســه ماهیگیر به دنبال چانه‌زنی بر ســـر صـــید در دو دریاچه موجود هســـتند و همچنین فرض

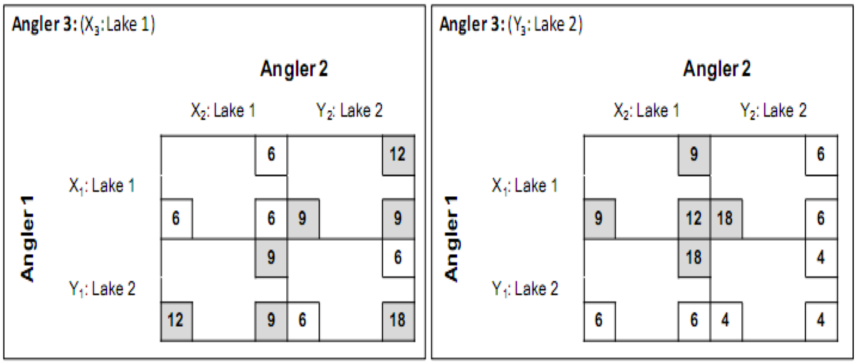
می‌شـــود که دریاچه۱ دارای ۱۸ ماهی و دریاچه۲ دارای ۱۲ ماهی اســـت، این شـــرایط به‌صورت دو ماتریس بازده زیر نمایش داده می‌شود.



ماتریس دوم ماتریس اول

شکل (۲-۲۵): ماتریس بازده حالات مورد بررسی

براساس تعریف تعادل نش که «برای هیچ بازیکنی به‌صرفه نیست که تنها کسی باشد که از اســتراتژی خود منحرف می‌شــود»، پیداســت که در نهایت یک تعادل نش حاصــل خواهد شـد. برای مثال، در صـورتی که به منظور صـید ماهی بازیکن اول به سـراغ دریاچه ۱ و بازیکن دوم نیز دریاچه۱ را انتخاب کند، آنگاه بازیکن ســوم درموقعیتی قرار می‌گیرد که از میان دریاچه ۱ (که ســـهم وی از صـــیادی در آن ٦ ماهی اســـت) و دریاچه ۲ (که سـهمش از آن ۱۲ ماهی اسـت) یکی را انتخاب کند. از آنجا که طبیعتا تملک ۱۲ ماهی بر تملک ٦ ماهی ترجیح دارد، عدد ۱۲ برای این بازیکن (در گوشه پایین سمت راست خانه اول ماتریس دوم) ثبت شـده اسـت. محاسـبه به همین روش برای تمامی ترکیبات موجود انجام شده است. ماتریس‌های بازده زیر برای این بازی به‌صورت زیر است.



شکل (۲–۲٦): ماتریس بازده بازی

با توجه به تعریف، این بازی دارای سه تعادل نش با استراتژی خالص است.

تعادل‌های نش در ماتریس‌های بالا با رنگ تیره نشان داده شده است. این تعادل‌ها را می‌توان به‌صورت زیر نشان داد.

$$S^{*} = (\text{دریاچه } 1, \text{دریاچه } 2, \text{دریاچه } 1)$$

$$S^{**} = (\text{دریاچه } 2, \text{دریاچه } 1, \text{دریاچه } 1)$$

$$S^{***} = (\text{دریاچه } 1, \text{دریاچه } 1, \text{دریاچه } 2)$$

۲–۹ جمع‌بندی:

این فصل در زمینه بازی‌های همزمان بود. در ابتدا ضمن ارائه توضیحاتی در زمینه بازی‌های همزمان، اصول، استراتژی‌ها، پاسخ‌های بهینه و همچنین انواع مختلف تعادل در این نوع بازی مورد بحث قرار گرفت. در بخش بعدی نیز مثال‌های از کاربرد نظری بازی در اقتصاد به ویژه در اقتصاد منابع، ورود به بازار، توافقات اوپک و سایر حالات نیز ارائه شد.

۳

فصل سوم

بازی‌های متوالی

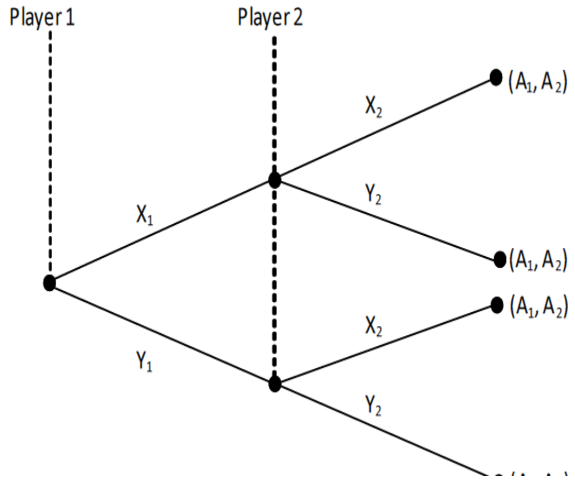
۳-۱ مقدمه

این فصل شامل بازی‌های متوالی و پی در پی است. در ابتدا به ارائه اصول این بازی‌ها پرداخته خواهد شد و سپس حالات مختلف از این نوع بازی و ویژگی‌ها و کاربردهای آن بحث خواهد شد.

۳-۲ اصول

بر خلاف بازی‌های همزمان، بازی‌های متوالی (پی‌در پی[1]) از این حقیقت سرچشمه می‌گیرند که انتخاب استراتژی‌ها در این بازی‌ها به‌صورت همزمان نیست، بلکه به‌صورت پیاپی و متوالی است. در این بازی‌ها هر بازیکن هنگام انجام دومین حرکت خود، استراتژی خود را با اطلاع از اولین حرکت خویش انتخاب می‌کند. از این‌رو، هر بازیکن می‌تواند حرکت دوم خود را بر اساس حرکت اولش تعیین کند. بازی‌های متوالی با عنوان بازی‌های با شکل گسترده[2] نیز شناخته می‌شوند. برخلاف بازی‌های همزمان که به‌وسیله ابزار ماتریس نمایش داده می‌شوند، بازی‌های متوالی به‌وسیله درخت تصمیم‌گیری[3] به تصویر در می‌آیند.

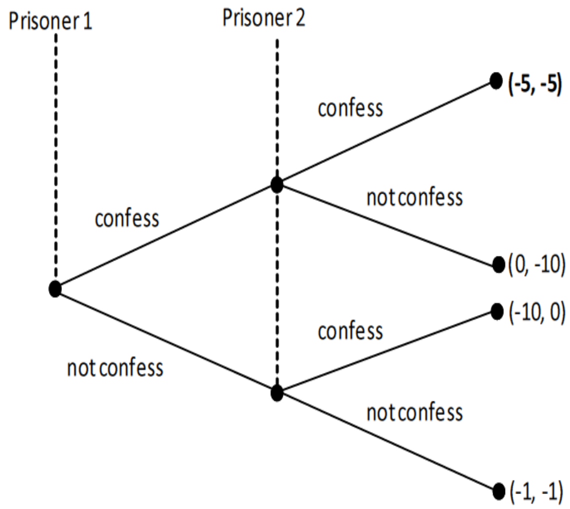
1 Sequential Games
2 Extensive Form
3 Decision Tree



شکل (۳-۱): درخت تصمیم‌گیری

اگر در این بازی ابتدا بازیکن اول تصمیم‌گیری می‌کند، برای او این امکان وجود دارد که از میان دو استراتژی X_1 و Y_1 یک استراتژی را برگزیند. پس از انتخاب بازیکن اول، نوبت بازیکن دوم است که از میان استراتژی‌های X_2 و Y_2 یکی را انتخاب کند. با توجه به اینکه بازیکن اول کدام یک از استراتژی‌های پیش روی خود را انتخاب می‌کند، بازیکن دوم براساس انتخاب بازیکن اول، انتخاب خود را انجام می‌دهد. انتخاب او در درخت تصمیم‌گیری بر روی یک گره نشان داده می‌شود. از آنجا که بازیکنان از اطلاعات بازی آگاهی دارند، بازیکن دوم از همان ابتدای بازی می‌دانند که در هر مرحله از بازی چه تصمیمی باید بگیرد. به این ترتیب، در نهایت درخت تصمیم‌گیری ایجاد شده نشان دهنده بازده حاصل از انجام مراحل مختلف بازی برای بازیکن اول و بازیکن دوم است.

بار دیگر از بازی معمای زندانی برای توضیح بازی متوالی استفاده می‌کنیم. این بار در بازی شکل گسترده فرض می‌کنیم که بازیکن اول در ابتدا بازی را آغاز و با توجه به شرایط تصمیم‌گیری می‌کند.



شکل (۳-۲): معمای زندانی در بازی‌های متوالی

در مثال زندانی در صورتی که بازیکن اول اعتراف کند، بازیکن دوم نیز اعتراف خواهد کرد؛ زیرا در این حالت او نیز به جای ده سال، پنج سال به زندان محکوم خواهد شد. اگر بازیکن اول اعتراف نکند، بازهم بازیکن دوم اعتراف خواهد کرد؛ زیرا او در این صورت آزاد می‌شود. از آنجا که در این بازی از پیش بازیکن اول می‌داند که بازیکن دوم چگونه عکس‌العمل نشان خواهد داد، بنابراین بازیکن اول دو گزینه در پیش‌روی خود دارد: یا اعتراف کند و به مجازات ۵ سال زندان محکوم شود و یا اینکه اعتراف نکند. در صورت اعتراف نکردن، او به مجازات ده سال زندان محکوم می‌شود، زیرا بازیکن دوم با در نظر گرفتن عدم اعتراف بازیکن اول، حتماً اعتراف خواهد کرد. بنابراین در این بازی نیز همانند بازی همزمان (که در پیش از این مورد بررسی قرار گرفت) هر دو بازیکن اعتراف خواهند کرد.

۳-۳ اصطلاحات

پس از این بررسی مختصر ساختار بازی‌های متوالی، برخی از اصطلاحات ضروری در این بخش معرفی می‌شوند.

گره تصمیم[1] عبارت از هر موقعیت در بازی است که در آن موفقیت بازیکن می‌تواند یک تصمیم بگیرد. هر گره با یک نقطه (دایره پر) نشان داده می‌شود. به‌عنوان مثال، بازی معمای زندانی دارای سه گره تصمیم است که با سه نقطه نشان داده می‌شوند.

مسیر p نشان دهنده مسیر موجود از گره تصمیم اول به سوی هر گره دیگر با بازده مشخص است. مثلا یک مسیر ممکن در معمای زندانی به‌صورت زیر می‌تواند باشد:

$P =$ (اعتراف نکردن ,اعتراف نکردن)

که بازده حاصل از این مسیر نیز به‌صورت زیر است:

$A(P) =$ (اعتراف نکردن ,اعتراف نکردن) $= (-1,-1)$

یک بازیکن باید برای هر یک از این گره‌های تصمیم یک استراتژی خاص را دنبال کند. در معمای زندانی، بازیکن اول، در گره ۱، امکان انتخاب میان دو استراتژی «اعتراف کردن» و « اعتراف نکردن» را دارد. بنابراین، استراتژی وی می‌تواند به‌صورت زیر تعریف شود.

$S_1 =$ اعتراف کردن

زندانی دوم نیز دارای دو گره تصمیم است. به‌عنوان مثال، اگر وی در گره ۲ «اعتراف کردن» و در گره ۳ «اعتراف نکردن» را انتخاب کند، استراتژی‌های او به‌صورت زیر تعریف می‌شوند.

---
1 Decision Node

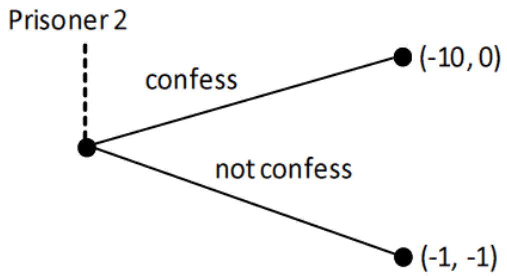
$S_1 =$ (اعتراف نکردن ,اعتراف کردن)

و در این حالت استراتژی انتخاب شده برای کل بازی از سوی بازیکنان به‌صورت زیر است.

$S =$ ((اعتراف نکردن ,اعتراف کردن) ,اعتراف کردن)

۳-۴ زیر بازی‌ها و تعادل‌های کامل در آن‌ها

زیربازی‌ها[1] عبارت از بازی‌هایی هستند که می‌توانند در هر گره تصمیمی آغاز شوند، به‌طوری‌که در هر بازی دقیقاً به تعداد گره‌های تصمیم، زیربازی وجود خواهد داشت. می‌توان گفت کل بازی نیز خود یک زیر بازی است. مثلاً یک زیر بازی برای معمای زندانی می‌تواند به‌صورت زیر تعریف شود:

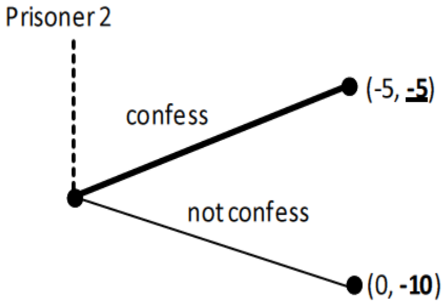


شکل (۳-۳): زیربازی معمای زندانی

برای اینکه بدانیم در نقطه تعادل کدام استراتژی بازی شده است بررسی خود را از اولین زیر بازی شروع می‌کنیم. مسیر این زیر بازی در هر گره تصمیم به‌گونه‌ای مشخص شده است که برای هر زیربازی دیگر انتخاب‌های ممکن معلوم است. درخت تصمیم

1 Sub Games

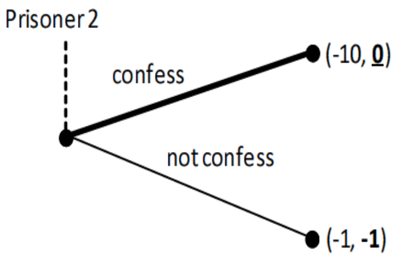
همواره «از قسمت پشتی خود تا شده و محدب است که در مثال معمای زندانی اولین زیر بازی به‌صورت زیر است:



شکل (۳-٤): اولین زیربازی معمای زندانی

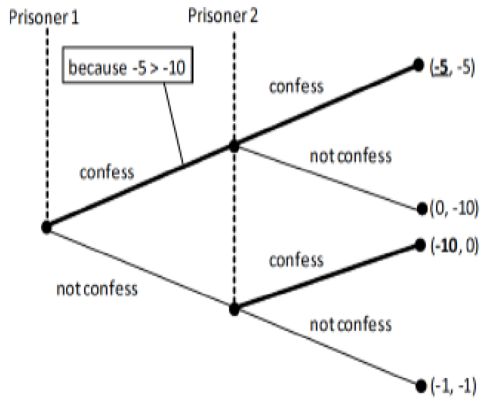
از آنجا که استراتژی تعادلی برای زندانی دوم در این زیربازی «اعتراف کردن» است، مسیر مناسب برای این زیربازی مشخص شده است.

این موضوع برای زیربازی دوم نیز تکرار شده است که در آن مسیر تعادلی مشخص شده است:



شکل (۳-۵): دومین زیربازی معمای زندانی

با انجام سومین زیربازی درخت تصمیم که در آن از قبل دو زیربازی دیگر علامت‌گذاری شده است، کامل خواهد شد.



شکل (۳–٦): سومین زیربازی معمای زندانی

اگر بازیکن دوم در گره‌های ۲ و۳، استراتژی اعتراف کردن را انتخاب کند، زندانی اول در گره۱، می‌تولند از دو گزینه ۵ سال زندان،یعنی (اعتراف کردن) = S_1 و ۱۰ سال زندان (اعتراف نکردن) = S_1، یک کدام را انتخاب کند.

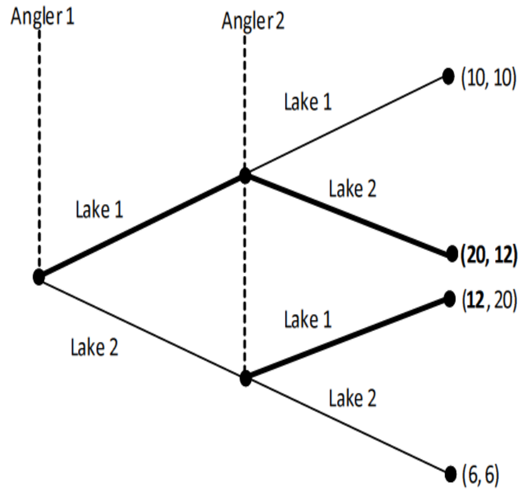
بنابراین زندانی اول در نقطه تعادل ۱ تصمیم می‌گیرد که استراتژی (= S_1 اعتراف کردن) را برگزیند. به استراتژی که در نقطه تعادل برای هر زیر بازی وجود دارد، تعادل کامل زیر بازی[1] می‌گویند. تعادل‌های زیر بازی کامل خود تعادل‌های نش هستند. تعادل زیر بازی کامل در معمای زندانی به‌صورت زیر است:

$S_1 =$ (اعتراف کردن) ,(اعتراف کردن ,اعتراف کردن)

تعادل‌های نش و بازی‌های متوالی که به‌صورت همزمان بازی می‌شوند.

1 Sub Game Perfect Equilibrium

بازی‌های متوالی را می‌توان به‌صورت بازی‌های همزمان نیز مدل‌سازی ارائه کرد. این ویژگی را می‌توان با مثال مربوط به ماهیگیران و تقسیم دریاچه‌ها به‌خوبی نشان داد. فرض کنیم که ابتدا ماهیگیر اول تصمیم‌گیری می‌کند:



شکل (۳-۷): بازی‌های همزمان به صورت بازی‌های متوالی

این بازی دارای تعادل زیربازی کامل به‌صورت $S^* = \left(\text{دریاچه}1, \left(\text{دریاچه}1, \text{دریاچه } 2\right)\right)$ است. در این بازی ماهیگیر اول تصمیم می‌گیرد که دریاچه ۱ را برای صید انتخاب کند، ماهیگیر دوم دریاچه۲ را برای صید ماهی انتخاب می‌کند.

ماهیگیر دوم دو استراتژی برای انتخاب کردن در اختیار دارد: انتخاب دریاچه ۱ یا دریاچه ۲. اما ماهیگیر دوم چهار انتخاب را پیش روی خود دارد؛ زیرا وی برای دو گره تصمیم باید یک انتخاب انجام دهد.استراتژی‌های قابل انتخاب ماهیگیر دوم عبارتند از:

- (دریاچه ۱، دریاچه ۱)
- (دریاچه ۱، دریاچه ۲)
- (دریاچه ۲، دریاچه ۱)

- دریاچه ۲، دریاچه ۲)

با در دســـت داشـــتن این اطلاعات بازی همزمان مربوط به این بازی را می‌توان به‌صورت زیر نیز مدل‌سازی کرد:

Player 2

Player 1	Lake 1; Lake 1	Lake 1; Lake 2	Lake 2; Lake 1	Lake 2; Lake 2
Lake 1	10 , 10	10 , 10	20 , 12	20 , 12
Lake 2	12 , 20	6 , 6	12 , 20	6 , 6

شکل (۳–۸): مدل‌سازی بازی‌های همزمان

این بازی کلاً دارای سه تعادل نش به‌صورت زیر است:

$$S^* = \left(\text{دریاچه } 1, \left(\text{دریاچه } 2, \text{دریاچه } 1\right)\right)$$

$$S^{**} = \left(\text{دریاچه } 1, \left(\text{دریاچه } 2, \text{دریاچه } 2\right)\right)$$

$$S^{***} = \left(\text{دریاچه } 2, \left(\text{دریاچه } 1, \text{دریاچه } 1\right)\right)$$

تعادل نش S^* را می‌توان یک تعادل زیربازی نش نیز دانســـت. همان‌طور که در این مثال نشـان داده شـد، هر تعادل نش را نمی‌توان یک تعادل زیربازی کامل دانست. البته هر تعادل زیربازی نش یک تعادل نش نیز هست.)

چگونه می‌توان تعادل‌های نش در بازی‌های متوالی را نمایش داد؟ برای پاســخ به این پرسـش، تعریف تعادل نش را یادآوری می‌کنیم. بنا به تعریف، در تعادل نش هیچ بازیکنی انگیزه ندارد که یک‌طرفه از استراتژی تعادلی دور شود. این معیار را مثلاً برای تعادل S^{***}

که یک تعادل نش است، بررسی می‌کنیم. به‌وضوح می‌توان دید که تعادل S^{***} یک تعادل زیربازی کامل است.

در تعادل S^{***} بازیکن اول صیادی در دریاچه ۲ را انتخاب می‌کند و بازیکن دوم دریاچه ۱ را برای ماهیگیری انتخاب می‌کند. در نتیجه این انتخاب‌ها کار بازیکن اول، ۱۲ ماهی و بازیکن دوم، ۲۰ ماهی صید می‌کنند.

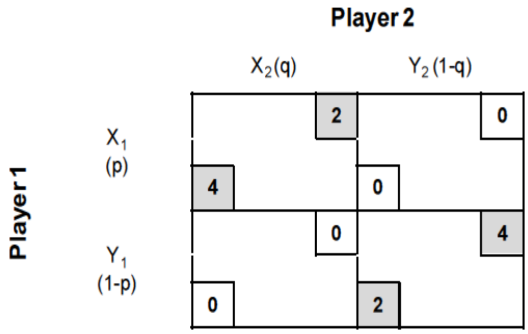
اکنون سؤال پیش رو آن است که اگر یکی از این دو بازیکن به تنهایی از نقطه تعادل دور شود، چه اتفاقی خواهد افتاد؟ اگر فرض کنیم که بازیکن اول به‌جای دریاچه ۱ دریاچه ۲ را انتخاب کند. بازیکن دوم استراتژی خود را تغییر ندهد و برای ماهیگیری دریاچه ۲ را انتخاب کند، در این صورت بازیکن اول از استراتژی منتخب خود تنها ۱۰ ماهی به‌دست خواهد آورد. بنابراین همان‌طور که گفته شد بازیکن اول دیگر انگیزه‌ای ندارد که به‌طور یک‌طرفه از نقطه تعادل دور شود. حال فرض کنیم که بازیکن دوم استراتژی خود را تغییر دهد. برای این منظور بازیکن دوم دو امکان پیش روی خود دارد. او می‌تواند در گره ۲ و گره ۳ دریاچه ۲ را انتخاب کند. تحلیل این وضعیت را از گره ۳ آغاز می‌کنیم. اگر در این گره بازیکن دوم تصمیم بگیرد که دریاچه ۲ را انتخاب کند، در این حالت با انتخاب این استراتژی به‌جای ۲۰ ماهی مورد انتظار در تعادل S^{***} تنها ٦ ماهی به‌دست خواهد آورد. در صورتی که بازیکن دوم در گره ۲ نیز دریاچه ۲ را انتخاب کند، در ابتدای کار اتفاق خاصی نخواهد افتاد؛ زیرا در این حالت بازیکن اول در نقطه تعادل S^{***} در گره ۱ تصمیم می‌گیرد که دریاچه ۲ را انتخاب کند و به‌جای گره ۲ در گره ۳ این تصمیم را گرفته می‌شود.

البته از آنجایی که بازیکن اول دریاچه ۱ را انتخاب نمی‌کند، این استراتژی جدید، یک استراتژی ناپایدار است (و در نوع خود پاسخ بهینه نیست). به‌همین علت می‌توان گفت که نقطه S^{***} یک تعادل نش است.

۳-۵ مزیت اولین حرکت (FMA)

می‌توان به آسانی درک کرد که در بعضی از بازی‌ها بازیکنی که بازی را شروع می‌کند و حرکت اول را انجام می‌دهد، نسبت به بازیکن دیگری که در مقابل عکس‌العمل نشان می‌دهد، از مزیت برخوردار است، بازیکنی که امکان انجام اولین تصمیم‌گیری برای وی وجود دارد، دارای مزیت اولین حرکت[1] (FMA) است.

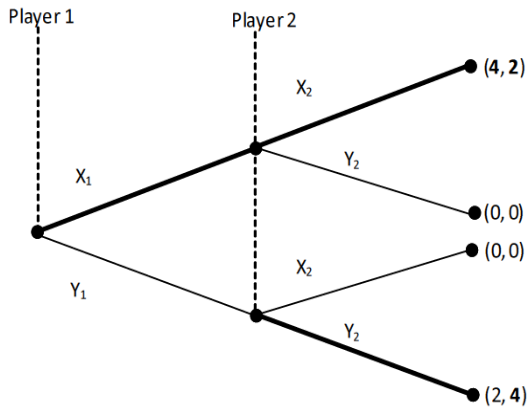
معمای زندانی دارای مزیت اولین حرکت نیست. هر تصمیمی که گرفته شود، هر دو زندانی به مدت ۵ سال به زندان محکوم می‌شوند، چه بازی به‌صورت متوالی، چه به‌صورت همزمان صورت بگیرد. برای اینکه بررسی کنیم که مزیت اولین حرکت در یک بازی چگونه است، به مثال زیر توجه کنید.



شکل (۳-۹): مزیت اولین حرکت در معمای زندانی

این بازی را باید به‌صورت یک بازی متوالی در نظر گرفت که در آن بازیکن اول اولین حرکت را انجام می‌دهد.

1 First Mover’s Advantage



شکل (۳-۱۰): مزیت اولین حرکت در معمای زندانی به صورت درخت تصمیم

در تعادل زیربازی کامل بازده بازیکن اول ٤ و بازده بازیکن دوم ۲ است. اگر بازیکن دوم، بازیکنی بود که حرکت اول را انجام می‌داد، او می‌توانست بازده ٤ را به دست آورد و بازیکن دوم نیز تنها به بازده ۲ دست می‌یافت. بنابراین، بازیکنی که در این بازی می‌تواند اولین تصمیم‌گیری را انجام دهد، دارای مزیت اولین حرکت نیز هست و در نتیجه این بازی، یک بازی FMA است.

۳-۶ یک مثال: بحران کوبا

جنگ هسته‌ای در سال ١٩٦٤ به پایان رسید و اتحاد جماهیر شوروی به رهبری خروشچف،[1] می‌خواست که در کوبا پایگاه اتمی مستقر کند. امریکا، در زمان ریاست جمهوری کندی،[2] تهدید کرد که به شوروی حمله می‌کند، در آخرین دقایق تا وقوع حمله اتمی، شوروی تصمیم گرفت که حمله اتمی را متوقف کند. این وضعیت را می‌توان به‌صورت یک بازی که در آن هم ویژگی بازی متوالی و هم ویژگی بازی همزمان وجود دارد، مدل‌سازی نمود.

1 Khorushchev
2 Kennedy

شـــوروی، امریکا را تحریک می‌کرد و به دشـــمنی خود با امریکا دامن می‌زد، در این شرایط، امریکا دو امکان را در پیش روی خود داشت که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

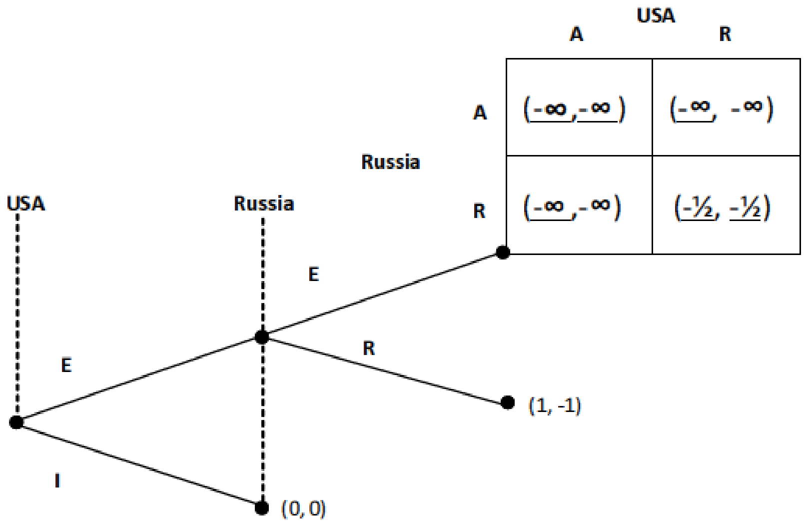
- تهدیدهای شـــوروی را نادیده بگیرد (I) و هر دو کشـــور بازده صـــفر از این بازی دریافت کنند.
- اجازه دهد که شرایط بدتر و وخیم‌تر شود.

اگر آمریکا اجازه دهد که رابطه بین دو کشـــور وخیم‌تر شـــود، کشـــور شـــوروی نیز می‌تواند یکی از استراتژی‌های زیر را انتخاب کند.

- عقب‌نشینی کند (R) که در این‌صورت امریکا در این نزاع پیروز می‌شود و بازده ۱ را دریافت می‌کند و شوروی شکست می‌خورد و بازده ۱- را به دست می‌آورد.
- شوروی نیز اجازه دهد که این تنش و بحران وخیم‌تر شود.

در صـورتی که هر دو کشـور اجازه دهند که این بحران وخیم‌تر شـود، آنگاه آنها باید به‌طور همزمان انتخاب کنند که آیا می‌خواهند جنگ اتمی را آغاز کنند (A) یا عقب‌نشینی (R) نمایند. به‌محض اینکه یک کشـور تصـمیم به جنگ هسـته‌ای بگیرد، بازده حاصـل از این بازی برای دو کشور برابر با $-\infty$ خواهد بود. اگر هر دو کشور عقب نشینی کنند، هر دو شـکسـت خود را در این نزاع می‌پذیرند و بازده هر کدام $-\frac{1}{2}$ خواهد بود. از آنجا که یک شـکسـت دوطرفه قابل تحمل‌تر از یک شـکسـت صـرف و یک‌طرفه اسـت، بازده $-\frac{1}{2}$ دارای اثر منفی کمتری نسبت به حالت شکست یک‌طرفه و بازدهی ۱- است.

این وضعیت را می‌توان به‌صورت زیر مدل‌سازی کرد.

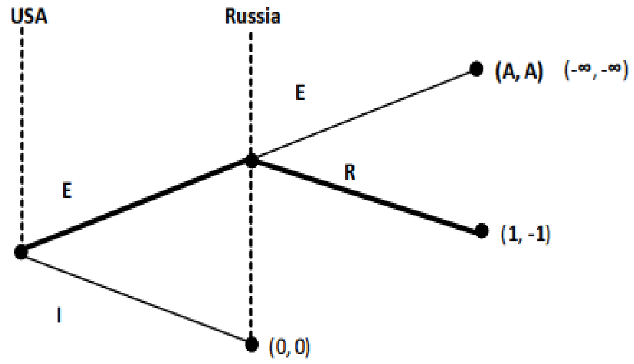


شکل (۳-۱۱): مدل‌سازی بحران کوبا

در نظریه بازی‌ها تحلیل بازی با بررسی آخرین تصمیم گرفته شده در بازی آغاز شود. در قسمت همزمان این بازی، دو تعادل نش وجود دارد که به‌صورت زیر هستند.

$S^{*} = (A, A)$
$S^{**} = (R, R)$

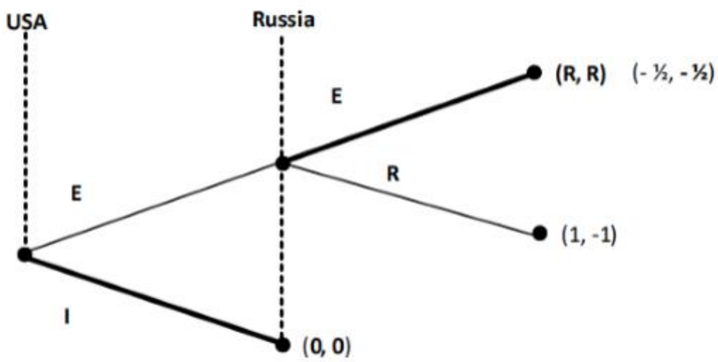
از آنجا که نمی‌دانیم کدام‌یک از این تعادل‌های نش بازی خواهد شد، باید هر دو استراتژی ممکن را در نظر گرفت. فرض کنید که در ابتدا اولین تعادل نش یعنی $S^{*} = (A, A)$ بازی شود. نتیجه انتخاب این استراتژی انجام بازی متوالی زیر است.



شکل (۳–۱۲): بحران کوبا در بازی متوالی

در این وضعیت، امریکا اجازه می‌دهد که شرایط وخیم‌تر شود و شوروی را تهدید به جنگ هسته‌ای می‌کند، امریکا با دنبال کردن این استراتژی، شوروی عقب‌نشینی می‌کند و بنابراین جنگی به وقوع نخواهد پیوست.

فرض کنید که دومین تعادل نش، یعنی $S^{**} = (R, R)$به‌صـــورت یک بازی همزمان توسط دو کشور بازی شود. در نتیجه این اقدام، بازی متوالی زیر شکل می‌گیرد.



شکل (۳–۱۳): مدل‌سازی بحران کوبا (بازی همزمان)

در این شـــرایط امریکا از همان ابتدای نزاع از تشـــدید اختلافات احتراز می‌کند و در نتیجه هیچ‌گونه جنگی به وقوع نخواهد پیوست. بازده هر دو کشـور امریکا و شـوروی از انجام این بازی صـفر اسـت که به معنای رسـیدن به صـلح بدون هر گونه تلاش اضـافی است.

با بررســـی دقیق‌تر قســـمت بازی همزمان می‌توان دریافت که برای هر بازیکن یک اســتراتژی غالب وجود دارد و آن اســتراتژی عقب‌نشــینی اســت. به همین دلیل می‌توانیم فرض کرد که در نهایت تعادل نش دوم یعنی $S^{**} = (R, R)$، بازی می‌شود؛ زیرا این یک تعادل اکید نش است.

۳–۷ جمع‌بندی

در این فصل مبحث بازی‌های متوالی و پی در پی پرداخته شد. در ابتدا به ارائه اصول این بازی‌ها پرداخته شـد و در ادامه حالات مختلف از این نوع بازی و ویژگی‌ها و کاربردهای آن بحث خواهد شـــد. همچنین برای تکمیل بحث نیز، مثال‌های واقعی در قالب این بازی‌ها ارائه و تحلیل شد.

۴

فصل چهارم

چانه زنی
(بازی‌های همکارانه)

۴-۱ مقدمه

این فصــل به بازی‌های همکارانه (چانه‌زنی اختصــاص دارد. در ابتدای فصــل به اصــول بازی‌های همکارانه پرداخته خواهد شـد و در ادامه مفاهیم تبانی، تابع خصـوصـیت، بازی کیک و چانه‌زنی بین بازیکنان پرداخته خواهد شد.

۴-۲ اصول

بعد از ارائه و معرفی بازی‌های غیرهمکارانه در فصـل‌های دوم و سـوم، در این فصـل نگاه مختصــــری به بازی‌های همکارانه می‌اندازیم. در بازی‌های غیرهمکارانه هر بازیکن تلاش می‌کند که بدون توجه به منافع رقیب، منفعت و ســـود خود را حداکثر کند؛ اما در بازی‌های همکارانه (چانه‌زنی) بازیکنان با یکدیگر همدست شده، تلاش می‌کنند که منافع مشـترک خود را به حداکثر برسـانند. در این حالت رقیبان حاضـر در یک بازی با یکدیگر همکار می‌شوند. مسأله چانه‌زنی در نظریه بازی‌ها، براساس این حقیقت است که بازیکنان حاضر در بازی دارای منافع مشترکی هستند، اما اهداف متفاوتی را دنبال می‌کنند. به‌عنوان مثال، در توزیع مشــترک قطعات یک کیک، بازیکنان در ابتدا باید با هم همکاری کنند که کیک فقط در میان آنها توزیع شــود و البته از طرفی دیگر، هر بازیکن تلاش می‌کند به از طریق چانه‌زنی، تا آنجا که ممکن اســـت، قطعه بزرگتری از کیک را به خود اختصـــاص دهد.

هدف چانه‌زنی، از یک سـو، همکاری و همدسـتی شـرکت کنندگان در بازی همکارانه اســت به منظور افزایش منفعت مجموع بازیکنان نسـبت به منفعت حاصــل از انجام یک بازی غیرهمکارانه اسـت. از طرفی دیگر، بازیکنان به دنبال آن هسـتند که مجموع منفعت حاصل تا آنجا که امکان داشته باشد، به‌صورت مساوی میان بازیکنان تقسیم شود.

۳-۴ تبانی

منظور از تبانی[1] در حقیقت ســازش و ترکیب چند بازیکن برای همکاری با یکدیگر اســـت. یک تبانی ممکن اســـت در نتیجه ترکیب کل بازیکنان حاضـــر در بازی یا زیرمجموعه‌ای از این بازیکنان به‌وجود آید.

فرض کنید تبانی K از همکاری تعداد مشــخصــی بازیکنان حاضــر در مجموعه N به دســت آمده باشــد. فرض کنید که مثال زیر این تبانی را به خوبی مشــخص می‌کند. پنج مزرعه کشاورزی در یک منطقه وجود داشته باشند که از میان آنها مزرعه‌های ۱، ٤ و ٥ با یکدیگر همکاری کنند تا بتوانند ســـود خود را افزایش دهند. از این ترکیب بازی تبانی شکل می‌گیرد و مجموعه کل بازیکنان و مجموعه تبانی این بازی به‌صورت زیر است.

مجموعه بازیکنان $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

مجموعه تبانی $K = \{1, 4, 5\}$

اگر مجموعه بازیکنان یک تبانی تنها شــامل یک عنصــر باشــد، آن تبانی را تبانی یک نفری[2] و اگر تمامی بازیکنان یک بازی در یک تبانی حضــور داشــته باشــند، آن تبانی را تبانی همگانی[3] نامند.

۴-۴ تابع خصوصیت

بازده مشترک برای یک تبانی به‌صورت تابع خصوصیت[4] $v(K)$ تعریف می‌شود. این تابع در تجزیه‌وتحلیل یک بازی دارای اهمیت بســیار ویژه‌ای اســت؛ زیرا با توجه به یک تابع خصوصیت می‌توان تعیین کرد که کدام یک از انواع تبانی در مقایسه با استراتژی‌های

1 Coalition
2 One Coalition
3 All Coalition
4 Characteristic Function

بازی غیرهمکارانه منافع و مزایای بیشـــتری را به‌همراه دارد و کدام یک از انواع تبانی می‌تواند بیشـترین منفعت را برای بازیکنان تبانی کننده به‌همراه داشـته باشـد. به این مثال توجه کنید. فرض کنید که مجموعه بازیکنان به‌صـورت $N = \{1,2,3\}$ باشـد. مقدار تابع خصوصیت $v(K)$ برای این بازی برای هر یک از تبانی‌های ممکن به‌صورت زیر است:

Coalition K	v(K)
{ 1 }	$10
{ 2 }	$10
{ 3 }	$15
{ 1, 2 }	$25
{ 1, 3 }	$25
{ 2, 3 }	$30
{ 1, 2, 3 }	$40

شکل (٤-١): تابع خصوصیت برای حالات مختلف تبانی

در صورتی که بازیکنان اول و دوم اقدام به تبانی کنند، می‌توانند با هم ٥ دلار بیشتر از تبانی یک‌نفره به‌دســـت آورند. این ارزش افزوده (VA)[1] را می‌توان از طریق محاســـبه اختلاف میان مقادیر به دست آمده از تابع خصوصیت به‌صورت زیر تعیین کرد:

$$\text{VA}\ \ \{1,2\} = V(\{1,2\}) - (\{1\}) - (\{2\}) = 25\$ - 10\$ - 10\$ = 5\$$$

قاعده مشـابهی نیز برای تبانی بین بازیکن دوم و سـوم وجود دارد. اگر این دو بازیکن با هم تبانی کنند، به‌طور مشـترک مقدار ٥ دلار اضـافی را به‌دسـت خواهند آورد (٣٠ دلار به جای ٢٥ دلار). در تبانی همگانی نیز در مجموع به اندازه ٥ دلار منفعت بیشـــتر در مقایســه با حاصـل جمع منفعت تک تک بازیکنان حاصـل می‌شـود. (٤٠ دلار به‌جای ٣٥

[1] Value Added

دلار). تنها تبانی میان بازیکنان اول و سوم است که هیچ‌گونه سود اضافی را در پی نخواهد داشت و در هر دو حالت بازیکنان تبانی کننده تنها ۲۵ دلار دریافت می‌کنند.

اما سوال پیش‌رو این است که کدام‌یک از انواع تبانی قابل تحقق است وتا چه اندازه در مقابل انواع «سازش‌های غیرقانونی[1]» که از سوی بازیکنانی خارج از تبانی شکل می‌گیرند، پایدار است؟

از آنجا که بازیکنان اول و سوم با تبانی کردن مقدار سودی بیشتری از حالت عادی به دست نمی‌آورند، به بازیکن دوم وابسته می‌شوند. بازیکن دوم می‌تواند شریک بازی خود در تبانی را انتخاب کند. در صورتی که تبانی بین همه بازیکنان شکل بگیرد، با این تبانی همگانی، هیچ‌یک از بازیکنان در مقایسه با حالتی که بازیکن اول یا سوم با بازیکن دوم تبانی کنند، مقدار بیشتری را به‌دست نخواهند آورد؛ از طرف دیگر در صورتی که مقدار بیشتری نیز از تبانی همگانی به‌دست آید، این مقدار اضافی باید میان تعداد بازیکنان بیشتری تقسیم شود. درنتیجه، بازیکن دوم، با بازیکن اول یا بازیکن سوم تبانی خواهد کرد. بازیکن دوم تصمیم می‌گیرد با بازیکنی تبانی کند که از تبانی با او در زمان چانه‌زنی بتواند مقدار بیشتری از ۵ دلار به دست آمده را از آن خود کند.

به همین دلیل هر یک از دو بازیکن اول و سوم تقاضای سود کمتری به ازای تبانی با بازیکن دوم دارد و کمترین مقدار ممکن از ۵ دلار ارزش افزوده را به‌عنوان سهم خود طلب می‌کند تا بتواند از سوی بازیکن دوم به‌عنوان شریک تبانی انتخاب شود؛ زیرا در صورت تبانی، کسب کمترین مقدار ممکن از ۵ دلار حاصل از تبانی با بازیکن دوم، از بازده حاصل از تبانی تک‌نفری بیشتر است.

1 Attempted Poaching

۴-۵ بازی کیک

در بازی کیک[1]، چندین بازیکن به دنبال تقسیم کردن یک کیک هستند. در مثالی که در ادامه می‌آید، سه بازیکن می‌خواهند کیکی را میان خود تقسیم کنند. در این حالت تبانی دو بازیکن با یکدیگر باعث شکل‌گیری «اکثریت» می‌شود و این اکثریت می‌تواند بدون هیچ‌گونه توافقی با بازیکن سوم اقدام به تقسیم کردن کیک کند. این مثال برای این است تا نشان دهیم که در همه بازی‌ها یک تبانی پایدار شکل نمی‌گیرد. برای رسیدن به یک راه‌حل، در ابتدا و در مرحله اول فرض می‌کنیم که یکی از بازیکنان این ایده را در ذهن خود دارد که همه بازیکنان کیک را به‌صورت «مساوی» میان خود تقسیم کنند و هر کدام از آن‌ها یک سوم از کیک را از آن خود کنند. یک مرحله به مراحل قبلی ترجیح داده می‌شود، اگر دو نفر از این سه بازیکن بتوانند وضعیت خود را بهبود بخشند و بتوانند یک تبانی را با اکثریت بازیکنان تشکیل دهند. در جدول (٤-١) بر اساس این‌که وضعیت بازیکن مورد نظر بهبود یافته یا بدتر می‌شود، یک علامت + یا منفی − میان مراحل مختلف آن قرار داده شده است.

1 Cake Game

جدول (٤–١): وضعیت بازیکنان در بازی کیک

توضیحات	سهم هر بازیکن		
	سوم	دوم	اول
بازیکن سوم این ایده را در سر دارد که کیک به‌گونه‌ای تقسیم شود که هر بازیکن $\frac{1}{3}$ آن را به‌دست آورد.	٣٣٪	٣٣٪	٣٣٪
بازیکن اول و دوم ایده دیگری دارند و یک تبانی شکل می‌دهند که در آن هر کدام نصف کیک را به دست آورند و بازیکن سوم هیچ سهمی از کیک دریافت نکند.	٠٪	٥٠٪	٥٠٪
از آنجا که بازیکن سوم نیز مایل به تصاحب بخشی از کیک هست، او نیز ایده دیگری در سر می‌پروراند و به بازیکن اول سهم ٧٥ درصد از کیک را پیشنهاد می‌دهد که ٢٥ درصد نیز سهم وی خواهد بود. در این حالت، هر دو بازیکن بیشتر از حالت دوم کیک به‌دست خواهند آورد.	٢٥٪	٠٪	٧٥٪
از آنجا که بازیکن دوم در حالت قبل چیزی به‌دست نمی‌آورد، به بازیکن سوم پیشنهاد سهم ٥٠ درصد از کیک را می‌دهد. در این حالت بازیکن دوم نیز ٥٠ درصد از کیک را دریافت خواهد کرد و بازیکن اول هیچ سهمی از کیک دریافت نخواهد کرد.	٥٠٪	٥٠٪	٠٪

همان‌طور که جدول (٤–١) نشان می‌دهد، تقسیم انجام شده در مرحله دوم با تقسیم انجام شده در مرحله چهارم (که در آن هر کدام از دو بازیکن نصف کیک را از آن خود خواهند کرد و بازیکن سوم چیزی دریافت نخواهد کرد.) متفاوت است و این بازی دارای یک راه‌حل پایدار نیست؛ زیرا برای هر راه‌حل ارائه شده راه‌حل بهتری نیز وجود دارد؛ یعنی بر هر راه‌حل، راه‌حل دیگری حاکم است.

۴-۶ چانه‌زنی بین دو بازیکن

در چانه‌زنی میان دو بازیکن باید توافق شود که سود مشترک حاصل از تبانی باید به چه نسبتی میان دو نفر تقسیم شود. در ادامه مثال زیر نشان می‌دهد که چنین تقسیم منافعی بین بازیکنان چگونه صورت می‌گیرد.

دو شریک چانه‌زنی با نام‌های رنه[1] (بازیکن اول) و جنی[2] (بازیکن دوم) یک جواهر را در شهر رستوک[3] خریداری کردند. رنه یک سهم ۲۰۰۰ مارکی و جنی سهم ۴۰۰۰ مارکی از قیمت این جواهر را پرداخته‌اند. آنها این جواهر را در شهر مونیخ به قیمت ۱۰۰۰۰ مارک به فروش می‌رسانند و از انجام این کار به سود مشترک ۴۰۰۰ مارک دست می‌یابند. اکنون سوال این است که چگونه این سود را میان خود تقسیم می‌کنند؟

پارامترها و محدودیت‌های زیر برای این بازی وجود دارند:

- فرض کنیم که ۱۰۰۰۰ مارک قیمت فروش این جواهر در مونیخ باشد.

- هیچ یک از این دو نفر نمی‌خواهد که پس از فروش جواهر، کمتر از مقداری که برای خرید آن پرداخت کرده‌اند، به‌دست آورد. به‌عنوان مثال، رنه حداقل ۲۰۰۰ مارک و جنی حداقل ۴۰۰۰ مارک می‌خواهند. ما این نقاط را نقاط تهدید[4] می‌نامیم. این بازی دارای دو نقطه تهدید است.

$$d_1 = 2000$$
$$d_2 = 4000$$

- فرض کنید که پس از تقسیم سود، سهم به‌دست آمده برای رنه u_1 و برای جنی u_2 باشد.

1 Rene
2 Jenny
3 Rostock
4 Threat Point

- محدودیت $u_1 + u_2 = 10,000$ نیز برای این بازی وجود دارد که در آن مجموع مبلغ کل باید بین رنه و جنی تقسیم شود.

برای حل این مسأله، روش زیر را که راه‌حل نش نامیده می‌شود، به‌کار می‌گیریم که در آن تابع هدف نسبت به قیدهای موجود حداکثر می‌شود.

$$max(u_1 - d_1).(u_2 - d_2)$$
$$s.t. \quad p - u_1 - u_2 = 0$$

توجه داشته باشید که در این روش قید باید به شکلی تغییر داده شود که عدد صفر در سمت راست معادله قرار گیرد.

برای حل مسئله بهینه‌سازی مقید بالا یک تابع لاگرانژ با نام L به‌صورت زیر تشکیل می‌شود.

$L =$ تابع ماکزیمم شونده $+ \lambda$ (قید)

$$\lambda = (u_1 - d_1).(u_2 - d_2) + \lambda(p - u_1 - u_2)$$

برای رسیدن به جواب بهینه باید از تابع L نسبت به u_1، u_2 و λ دیفرانسیل گرفت و مشتقات را برابر با صفر قرار داد. اگر از تابع لاگرانژ نسبت به u_1 دیفرانسیل بگیریم، معادله زیر به‌دست می‌آید.

$$u_2 - d_2 - \lambda = 0$$

با قرار دادن 4000 به‌جای d_2 در معادله بالا، معادله زیر حاصل می‌شود.

$$u_2 - 4000 - \lambda = 0 \quad (1)$$

با دیفرانسیل‌گیری از تابع لاگرانژ نسبت به u_2 معادله زیر به‌دست می‌آید.

$$u_1 - d_1 - \lambda = 0$$

با قرار دادن 2000 به‌جای d_2 معادله زیر حاصل می‌شود.

$$u_1 - 2000 - \lambda = 0 \qquad (2)$$

با دیفرانسیل‌گیری نسبت به λ معادله زیر به‌دست می‌آید.

$p - u_1 - u_2 = 0$

با قرار دادن 1000 به‌جای p معادله زیر حاصل می‌شود.

$$1000 - u_1 - u_2 = 0 \qquad (3)$$

از حل سه معادله اخیر نسبت به سه مجهول u_1، u_2 و λ می‌توان برای هر یک از متغیرها یک مقدار عددی به‌دست آورد. بنابراین، نتیجه تقسیم سود u_1 و u_2 به‌صورت جواب‌های بهینه زیر است.[1]

$$u_1^* = 4000$$
$$u_2^* = 6000$$

بر اساس تعادل نش، رنه از عایدات فروش ۴۰۰۰ مارک و جنی ۶۰۰۰ مارک دریافت کرده‌اند. نتیجه به‌دست آمده نشان می‌دهد که هر یک از این دو شریک سود یکسانی برابر با ۲۰۰۰ مارک دریافت کرده‌اند. این نتیجه عادلانه نیست؛ زیرا رنه بازده بیشتری نسبت به پولی که سرمایه‌گذاری کرده، به‌دست آورده است.

۴-۷ تمایز بازی‌های همکارانه و غیرهمکارانه

از آنجا که مبحث بازی‌های غیرهمکارانه در فصل‌های دوم و سوم مورد بررسی قرار گرفت، در این فصل مرور مختصری بر بعضی از جنبه‌های بازی‌های همکارانه می‌شود. در بازی‌های همکارانه سؤال پیش روی این است: کدام تبانی‌ها چه سودی را در پی خواهند داشت و سود مشترک در میان اعضای تبانی کننده با چه نسبتی تقسیم می‌شود؟ البته دو نوع بازی همکارانه و غیرهمکارانه بر اساس نوع سؤالاتشان نیز با یکدیگر تفاوت دارند.

[1] علامت * نمایش مقادیر بهینه است.

در بازی‌های همکارانه سؤال اصلی این است که کدام تبانی چه مقدار سود را در پی خواهد داشت و چگونه سود مشترک در میان اعضای تبانی تقسیم شود. درمقابل، در بازی‌های غیرهمکارانه سؤال اصلی این است که بازیکنان باید کدام استراتژی را دنبال کنند و تعادل آن بازی در چه نقطه‌ای اتفاق می‌افتد (حتی اگر بتوان راه‌حل تعادلی را در قالب ساختار یک بازی همکارانه نیز بیان کرد).

استراتژی‌ها در بازی‌های همکارانه بدین صورت نیست که این یا آن استراتژی را انجام دهند، بلکه در بازی‌های همکارانه افراد به‌دنبال آن هستند که بدانند با کدام یک از بازیکنان باید تبانی کنند و از این تبانی چه چیزی عاید آنها خواهد شد.

۴-۸ جمع‌بندی

در این فصل به بازی‌های همکارانه یا چانه‌زنی پرداخته شد. در ابتدا همانند سایر انواع بازی‌ها، اصول حاکم بر این بازی‌ها مورد بحث قرار گرفت و در ادامه مفاهیم تبانی، تابع خصوصیت، بازی کیک، چلنه‌زنی بین بازیکنان و همچنین تفاوت‌های بین بازی‌های همکارانه و غیرهمکارانه شرح داده شد.

۵

فصل پنجم

تصمیم‌گیری در شرایط نااطمینانی

۵-۱ مقدمه

در این فصــل به موضــوع بســیار مهم تضــمیم‌گیری در ســراط تحت نااطمینانی پرداخته خواهد شد. در ابتدا موضوع نااطمینانی در مدل‌سازی بحث خواهد شد. در ادامه نیز توابع مطلوبیت، مطلوبیت مورد انتظار و اســـتثنائات در نظریه بازی و مثال‌های مربوط به آن مرور خواهد شد.

۵-۲ نااطمینانی در مدل‌سازی

در نظریه بازی‌ها زمانی نااطمینانی وجود دارد که بازیکن ندلند که از انجام یک بازی چه انتظاری باید داشته باشد. در نظریه نااطمینانی اقتصادی، این نااطمینانی را با استفاده از بازی بخت‌آزمایی[1] مدل ســازی می‌کنند که در آن نتایج و بازده حاصــل از بازی به کمک احتمالات بیان شــده و بر اســاس نتایج بازده مورد انتظار[2] تجزیه و تحلیل می‌شــود. هر بازیکن معمولاً در این بازی امکان دارد که از میان چندین بخت‌آزمایی مختلف یکی را انتخاب کند. سـود یا بازده حاصـل از بخت‌آزمایی در بیشـتر اوقات با حرف x نشـان داده می‌شـــود و بازده‌های ممکن با اســـتفاده از مجموعه $\mathrm{X} = \{x_1, x_2 \ldots x_n\}$ با احتمالات $\{p_1, p_2 \ldots p_n\}$ تعریف می‌شود.

بازده مورد انتظار برای تمامی بازده‌های حاصل از بازی نیز با $\mathrm{E(X)}$ نشان داده می‌شود. بخت‌آزمایی زیر را می‌توان به‌عنوان مثال برای درک بهتر موضوع در نظر گرفت.

یک بازیکن با احتمال ۵۰ درصد دو میلیون یورو را از شرکت در بخت‌آزمایی به دست می‌آورد و به احتمال بیش از ۵۰ درصــد چیزی از این بازی عایدش نخواهد شــد. بنابراین،

---

1 Lotteries
2 Expected payoffs results

بازده وی برابر با ۲ میلیون یورو با احتمال $p = 0.5$ و صـفر یورو با احتمال $1 - p = 0.5$ است.

$$x_1 = 2000000\, , p = 0.5 \qquad (۵-۱)$$

$$x_2 = 0 \;\, , 1 - p = 0.5 \qquad (۵-۲)$$

بازده مورد انتظار از شرکت در این بخت‌آزمایی به‌صورت زیر است:

$$\mathrm{E(X)} = \; x_1(p) + \; x_2(1-p) \qquad (۵-۳)$$

$$\mathrm{E(X)} = 2000000 \;\; (0.5) + 0 \;\, (0.5) \qquad (۵-٤)$$

بنابراین این بازیکن دارای بازده مورد انتظار ۱ میلیون یورو است.

اگر مثال زیر به‌عنوان بخت‌آزمایی دوم در نظر گرفته شـود، در این حالت این بازیکن ۱ میلیون یورو را به‌عنوان بازده قطعی (با احتمال یک) دریافت می‌کند.

$$x_1 = 1000000 \text{ و } p = 1 \qquad (۵-۵)$$

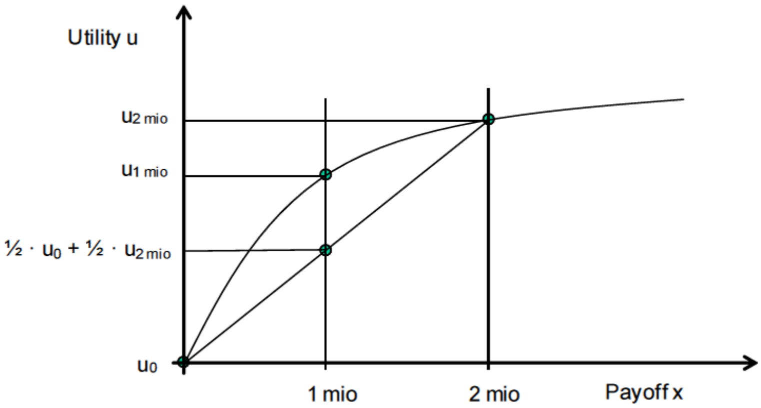
بازده مورد انتظار از این بخت‌آزمایی به‌صورت زیر است.

$$\mathrm{E(X)} = \; x_1\,(p) = 1000000\,(1) = 1000000 \qquad (۵-٦)$$

بنابراین بازده مورد انتظار از بخت‌آزمایی دوم نیز برابر با ۱ میلیون یورو است. بازیکن مورد بحث می‌تولند یکی از این دو بخت‌آزمایی را انتخاب نماید. از آنجا که هر دو بازی دارای بازده مورد انتظار یکسانی هستند، او باید بین بخت‌آزمایی‌های اول و دوم بی‌تفاوت باشـد. هر چند که در واقعیت تقریباً تمامی بازیکنان بخت‌آزمایی دوم را ترجیح می‌دهند؛ زیرا در آن ۱ میلیون یورو را با اطمینان کامل به‌دسـت می‌آورند. برای توضـیح دادن این نوع از منطق و عقلانیت، یک تابع مطلوبیت به نام $u(x)$ برای بازدهی‌های x حاصـل از بخت‌آزمایی معرفی می‌شود.

۵-۳ تابع مطلوبیت $u(x)$

همان‌طور که در مثال بالا مشاهده شد، پول همیشه دارای ارزش یکسانی نیست. دلیل این امر نزولی بودن ارزش پولی است که مقدار آن با اندازه ثابتی افزایش می‌یابد. بازیکنی که خود هیچ پولی در اختیار ندارد، ۱ میلیون یورو قطعی را به ۲ میلیون یورو مطمئن ترجیح می‌دهد، در عین حال‌که هر دو انتخاب دارای ارزش انتظاری یکسانی هستند. البته باید گفت که ۱ میلیون یورو نامطمئن، ارزش کمتری برای برای بازیکن مورد نظر دارد. بنابراین می‌توان گفت که ۱ میلیون یورو همیشه دارای ارزش ثابت و یکسانی نیست. این شرایط را می‌توان در یک نمودار با رسم یک منحنی مقعر نمایش داد.



شکل (۵-۱): تایع مطلوبیت

یک تابع مطلوبیت از این نوع را می‌توان مثلا به‌صورت زیر نیز مدل‌سازی کرد.

$$u(x) = \sqrt{x} \qquad (۵-۷)$$

در این صورت مطلوبیت حاصل از به‌دست آوردن ۱ میلیون یورو به‌صورت زیر است.

$$u(1000000€) = \sqrt{1000000} = 1000 \qquad (۵-۸)$$

و به‌همین ترتیب، مطلوبیت حاصل از به‌دست آوردن ۲۰۰۰۰۰۰ یورو نیز برابر با مقدار زیر است.

$$u(2000000€) = \sqrt{2000000} \approx 1414. \qquad (۹-۵)$$

بنابراین ۱ میلیون یورو نامطمئن تنها مطلوبیتی در حدود ٤١٤ واحد دارد، در حالی که ۱ میلیون یورو مطمئن دارای ۱۰۰۰ واحد مطلوبیت، (در واقع مطلوبیتی به اندازه دو برابر) است.

۵-۴ مطلوبیت مورد انتظار

پس از آنکه مطلوبیت بازده سود و تابع مطلوبیت بیان شد، می‌توان مطلوبیت مورد انتظار[1] را از طریق رابطه $u(x)$ محاسبه کرد. مطلوبیت حاصل از یک مقدار بازده را با u و مطلوبیت حاصل از یک بخت‌آزمایی را با U نشان می‌دهیم. با توجه به مثال‌های قبل در مورد بخت‌آزمایی، می‌دانیم که مطلوبیت حاصل از به‌دست آوردن ۲۰۰۰۰۰۰ یورو با تابع مطلوبیتی که به‌صورت $\mathrm{u}(x) = \sqrt{x}$ تعریف شده بود، کمتر از دو برابر مطلوبیت حاصل از ۱۰۰۰۰۰۰ یورو است. همان‌طور که نمودار نیز نشان می‌دهد، بخت‌آزمایی اول به بخت‌آزمایی دوم ترجیح داده می‌شود؛ زیرا همواره رابطه زیر برقرار است.

$$u\left(\text{یک میلیون}\right) > \frac{1}{2}\left(\mathrm{u}(0)\right) + \frac{1}{2}\left(u(\text{2 میلیون})\right) \qquad (۱۰-۵)$$

هم‌چنین می‌توان گفت که مطلوبیت مورد انتظار برای بخت‌آزمایی دوم دو برابر مطلوبیت مورد انتظار برای بخت‌آزمایی اول است.

$$\mathrm{E}\,(\mathrm{U}_{۱}) = \frac{1}{2}\,(\mathrm{u}(0)) + \frac{1}{2}\,(\text{2میلیون}) = \frac{1}{2}\,(0) + \frac{1}{2}\,(1414) = 707 \qquad (۱۱-۵)$$

مطلوبیت مورد انتظار از بخت‌آزمایی دوم به روش زیر به دست می‌آید.

1 Expected utility

$$E\,(U_2) = 1\,\Big(u(1\,\text{میلیون})\Big) = 1000 \qquad (۱۲-۵)$$

بنابراین خواهیم داشت: . $E\,(u_2) > E\,(u_1)$

۵-۵ استثنائات در نظریه بازی‌ها

۵-۵-۱ اصـول

تا کنون همیشه فرض بر این بود که تمامی بازیکنان به‌صورت عقلایی و خودخواهانه عمل می‌کنند، و همواره تلاش می‌کنند که مطلوبیت (مورد انتظار) خود را به حداکثر برسانند. اما واقعیت تجربیاتی وجود دارد که نشان می‌دهد که تصمیم‌گیری به‌صورت عقلایی و خودخواهانه همیشه وضعیت غالب نیست و بازیکنان حاضر در یک بازی همیشه از قواعد موجود در نظریه بازی‌ها پیروی نمی‌کنند. همواره می‌توان دید که عواملی مانند، اعتماد، بی‌طرفی، جریمه و به‌طور ساده ارزیابی غلط از یک وضعیت، می‌تواند در نتیجه یک بازی نقش مؤثر داشته باشند.

در ادامه، تعداد مختصری از تجربیات مذکور که در آنها شرکت‌کنندگان در بازی به‌صورت آشکار غیرعاقلانه عمل می‌کنند، بیان می‌شود.

۵-۵-۲ بازی تحت شرایط نااطمینانی: تناقض السبرگ[1]

در این بازی، هر بازیکن باید از میان دو کوزه متفاوت که هر کدام دارای ۱۰۰ گوی است، یکی را انتخاب کند و از کوزه منتخب باید یک توپ بیرون بیاورد. در صورتی که بازیکن رنگ درست را انتخاب کند، برنده مقداری پول خواهد شد.

دو گزینه زیر برای انتخاب کوزه موجود است:

1 Ellsberg Paradox

- کوزه اول دارای ۵۰ گوی قرمز و ۵۰ گوی سیاه است.
- کوزه دوم نیز دارای ۱۰۰ گوی است که یا همگی قرمز یا همگی سیاه هستند.

با توجه به قواعد حاکم بر نظریه بازی‌ها، بازیکن باید میان انتخاب هر یک از دو کوزه بی‌تفاوت باشد؛ زیرا احتمال انتخاب یک گوی با رنگ درست در هر یک از دو حالت ۵۰ درصد است. با این وجود، در واقعیت، افراد مورد آزمایش عمدتاً کوزه یک را انتخاب می‌کنند.

۵-۶ بازی‌های بدون نااطمینانی

۵-۶-۱ بازی اولتیماتوم

در بازی اولتیماتوم باید ۱۰۰ دلار میان دو نفر تقسیم شود. در آغاز بازیکن اول (پیشنهاد دهنده) پیشنهادی می‌دهد که این پول را چگونه میان خود تقسیم کنند. بازیکن دوم (پاسخگو) می‌تواند این پیشنهاد را بپذیرد و درنتیجه این پول بر اساس این پیشنهاد میان آن دو تقسیم شود، یا اینکه این پیشنهاد را رد کند.

از دیدگاه نظریه بازی‌ها، بازیکن اول به بازیکن دوم کمترین مقدار ممکن یعنی ۱ دلار را پیشنهاد می‌دهد و ۹۹ دلار باقیمانده را برای خود نگاه می‌دارد. بازیکن دوم نیز این پیشنهاد را می‌پذیرد؛ زیرا به‌دست آوردن ۱ دلار بهتر از آن است که هیچ پولی به دست نیاورد. البته در واقعیت، نظریه بازی‌ها به‌سختی مورد توجه افراد قرار می‌گیرد. در واقع معمول‌ترین پیشنهاد از سوی افراد عادی ۵۰-۵۰ است؛ یعنی ۵۰ دلار به هر نفر تعلق بگیرد. معمولا پاسخ‌دهندگان نیز پیشنهادهایی با مقادیر پایین را رد می‌کنند، حتی اگر پس از رد آن پیشنهادها به مطلوبیت کمتری دست یابند. در این حالت پاسخ‌دهندگان آشکارا به‌دنبال استراتژی جریمه و تنبیه طرف مقابل هستند.

۵-۶-۲ بازی دیکتاتور

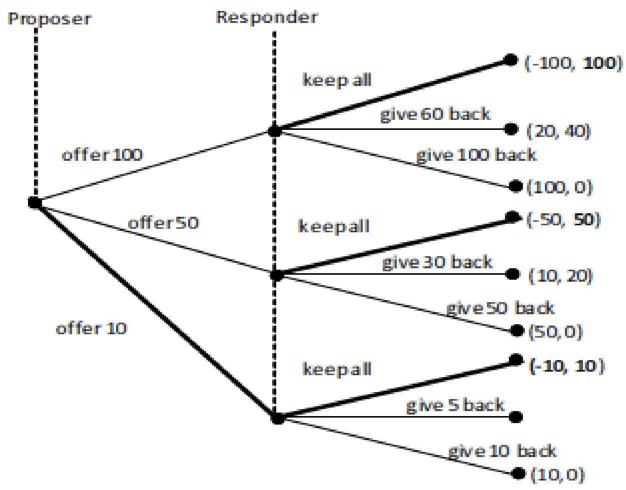
در بازی دیکتاتور، قواعد حاکم بر بازی مشـــابه با بازی اولتیماتوم اســـت، تنها با این تفاوت که فرد پاسخ‌دهنده نمی‌تواند پیشنهاد را رد کند. این بدان معناست که پاسخ‌دهنده ممکن اســت. به‌منظور مجازات کردن فرد پیشـنهاد کننده، پیشـنهادی را قبول کند که برای خودش نیز زیان‌آور باشـد. با توجه به نظریه بازی‌ها، پیشـنهاد دهنده نیز ممکن اسـت که کل پول را برای خود نگاه دارد؛ زیرا هیچ‌کس نمی‌تواند مانع کسب پول توسط وی شود. البته، در واقعیت، در بازی دیکتاتور احتمال تقسـیم پول با نسـبت ۵۰- ۵۰ در مقایســه با بازی اولتیماتوم کمتری است. از این رو، پیشـنهاد کننده معمولاً پیشـنهادی بین ۱۰ دلار تا ۵۰ دلار را ارائه می‌کند. به‌عنوان مثال، این موضــوع را می‌توان به‌وســیله اســتراتژی مانند عدالت پیشنهاددهنده[1] توضیح داد.

۵-۶-۳ بازی مبادله هدیه

در بازی مبادله هدیه، پیشـــنهاد دهنده و پاســـخ دهنده، هر یک دارای محدوده‌ای از نسبت‌ها برای تقسیم هستند. در ابتدا پیشـنهاد دهنده دریافت مقداری بین ۱۰ دلار تا ۱۰۰ دلار را به پاسـخ دهنده پیشـنهاد می‌کند. بعد از آن پاسـخ دهنده می‌تواند پول را نزد خود نگاه دارد یا مقداری از آن را به فرد پیشـنهاد دهنده باز گرداند. مقداری که پیشـنهاد دهنده پس می‌گیرد، دو برابر است.

در اینجا این بازی به‌صـورت ساده به چندین گزینه زیر محدود می‌شـود. این بازی را می‌توان به شکل گسترده زیر نیز به تصویر کشید.

1 Fairness of Proposer



شکل (۵-۱): بازی مبادله هدیه

البته در واقعیت پیشـــنهاددهندگان تمایل دارند که مبالغ زیادتری را به پاســخ‌دهندگان پیشنهاد کنند. پاسخ دهندگان نیز در نوع خود آمادگی دارند که بخش عمده‌ای از این پول را به پیشـــنهاد دهنده باز گردانند. هر چه پاسـخ‌دهنده بیشــتر دریافت کند، تمایل دارد که مقدار بیشــتری را به پیشـــنهاد دهنده باز گرداند. این بازی را می‌توان اســتراتژی اعتماد[۱] پیشنهاددهنده و استراتژی پاداش[۲] پاسخ‌دهنده نامید.

اگر فرض کنیم که پیشنهاددهنده ۱۰۰ دلار به پاسخ‌دهنده پیشنهاد دهد و پاسخ‌دهنده مقدار ۷۰ دلار به پیشـــنهاددهنده باز گردلند، در این حللت پیشـــنهاددهنده ۱٤۰ دلار و پاســخ‌دهنده ۳۰ دلار دریافت خواهند کرد. این نتیجه بدان معناســت که هر دو بازیکن نسبت به تعادل زیربازی کامل، در وضعیت بهتری نسبت به قبل قرار می‌گیرند. اما هر دو بازیکن از دیدگاه نظریه بازی‌ها به‌صــورت غیرعقلایی رفتار می‌کنند. آنها برای خود پول بیشتری را نسبت به تعادل حاصل از نظریه بازی‌ها تضمین می‌کنند.

1 Trust Strategy
2 Reward Strategy

۵-۷ تعاریف: عدالت، مجازات، اعتماد و پاداش

نتایج حاصل از بازی‌های بدون نااطمینانی به‌صورت زیر است.

- بازیکنان (همیشه) بازده خود را حداکثر نمی‌کنند.
- بازیکنان (همیشه) به‌صورت خودخواهانه عمل نمی‌کنند.

بنابراین سوالی که در این‌جا مطرح است این است که: آیا بازیکنان (به‌صورت عقلایی عمل نمی‌کنند) و مطلوبیت خود را به حداکثر نمی‌رسانند یا اینکه به شکل متفاوتی بازده خود را حداکثر می‌کنند. یعنی به‌عنوان مثال بازیکنان عقلایی عمل می‌کنند، زیرا بازده‌های دیگری غیر از بازده پولی در این بازی وجود دارد و بازیکنان بازده‌های غیر پولی خود را به حداکثر می‌رسانند.

تلاش‌های نهادی برای تفسیر وتبیین مسائل هنجارهای اجتماعی و عمل متقابل انجام می‌گیرد تا این مسأله بهتر درک شود نمونه مسائل هنجارهای اجتماعی ایی است که شما با مردم بد رفتار نمی‌کنید و اگر احیانا با مردم بد رفتار کنید، از این رفتار خود احساس بدی دارید. نمونه عمل متقابل نیز این است که با کسانی که با شما خوش رفتار هستند، خوش‌رفتار باشید و به کسانی که به شما آسیب می‌زنند، آسیب بزنید.

با نگاهی گذرا به بازی‌هایی که در اینجا معرفی شد، می‌توان بررسی کرد که برای کدام بازی‌ها هنجارهای اجتماعی مناسب هستند و کدام بازی‌ها با عمل متقابل تناسب دارند.

- برای بازی اولتیماتوم هنجارهای عادلانه و عمل متقابل مناسب هستند؛ زیرا

✓ قانون ۵۰- ۵۰ عادلانه است و دلیلی منطقی برای رفتار مشاهده شده ارائه می‌کند؛

✓ رفتار ناعادلانه (تخلف از هنجارها) به‌وسیله رد شدن مجازات (جریمه) می‌شود.

- برای بازی دیکتاتور هنجارهای عادلانه و خودخواهی مناسب هستند؛ زیرا

✓ پیشـنهاددهنده فکر می‌کند که عادلانه اسـت اگر از بخشـی از پول چشـم‌پوشـی کند، هرچند پرداخت نصـــف این پول به‌ندرت اتفاق می‌افتد، چون نمی‌توان در این حالت پیشنهاددهنده را مجازات کرد.

✓ ترکیبی از عدالت و خودخواهی نیز امکان‌پذیر است.

- برای بازی مبادله هدیه اعتماد و هنجارهای عادلانه مناسب است؛ زیرا

✓ پیشنهاددهنده به فرد پاسخ‌دهنده اعتماد می‌کند؛

✓ فرد پاســـخ‌دهنده نیز به این اعتماد پاســـخ می‌دهد و مقدار بیشـــتری از پول را باز می‌گرداند. به نظر می‌رسد که بازیکنان رفتار متقابل از خود نشان می‌دهند.

اما ســـؤالات متعددی مطرح اســـت: این هنجارها چه زمانی اثرگذار هســـتند؟ این هنجارها کدام هســـتند؟ چرا از این هنجارها اســـتفاده می‌شـــود؟ بازیکنان چه زمانی خودخواهانه و چه زمانی عادلانه (جوانمردانه) عمل می‌کنند؟ همواره تلاش‌هایی صـورت گرفته اســـت تا بتوان این رفتارها را در قالب معادلات تعریف کرد. اولین تلاش برای این منظور مدل رابینز[1] است که «رفاقت[2]» را در توابع مطلوبیت به‌صورت زیر وارد کرد:

$$u_i(a_i, b_j, c_i) = \pi\,(a_i, b_j) + f_i'(b_j, c_i).[1 + f_i(a_i, b_j)] \qquad (۱۳-۵)$$

پارامترهای این بازی به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

a_i تصمیم بازیکن iام

b_j تصمیم بازیکن jام که از سوی بازیکن iام انتظار می‌رود

c_i انتظارات بازیکن iام به‌عنوان عمل انجام شـــده از ســـوی بازیکن iام که بازیکن jام انتظار آن را دارد

1 Rabins
2 Friendliness

$\pi\left(a_i, b_j\right)$ بازده پولی

$f_i'\left(b_j, c_i\right)$ انتظار بازیکن iام از دوستی با بازیکن jام

$f_i'\left(b_j, c_i\right)$ انتظار بازیکن jام از دوستی با بازیکن iام

از این مدل می‌توان برای تفسیر بعضی از تجربیات استفاده کرد، البته تجربیاتی نیز وجود دارد که از این مدل پیروی نمی‌کنند. حقیقت این است که در نظریه بازی‌ها این واقعیت پذیرفته شده است که رفتار یک فرد صرفاً توسط حداکثر سازی مطلوبیت وی تبیین نمی‌شود. ازاین‌رو، بسیاری از نظریه‌پردازان بازی‌ها امروزه به عمل متقابل اعتقاد دارند. از طرف دیگر، از نظر روان‌شناختی پذیرفته شده است که بازیکنان در شرایط خاصی ممکن است به‌صورت عقلایی عمل نکنند.

۵-۸ جمع‌بندی

در این فصل به موضوع نااطمینانی و شیوه مدل‌سازی نظری بازی با در نظر گرفتن نااطمینانی مورد بحث قرار گرفت. در ادامه نیز توابع مطلوبیت، مطلوبیت مورد انتظار و استثنائات در نظریه بازی و مثال‌های مربوط به آن مرور شدند.

۶

فصل ششم

موضوعات پیشرفته در نظریه بازی

۶-۱ مقدمه

زمینه‌ها یا مسیرهای بسیاری وجود دارد که فرد می‌تواند عکس‌العمل تصمیم گیرندگان را بررسی کند. شخص می‌تواند رفتار را از نظر جامعه‌شناسی، روان‌شناسی، زیست‌شناسی و غیره مورد بررسی قرار دهد. هر یک از این رویکردها در زمینه‌های معینی سودمند هستند. نظریه بازی‌ها بر مطالعه‌ی تصمیم‌گیری‌های عقلایی تأکید می‌کند چون احساس می‌شود مناسب‌ترین مدل یا الگو برای اقتصادی‌ترین رفتار باشد. نظریه بازی‌ها در دو دهه‌ی گذشته کاربرد وسیعی در اقتصاد پیدا کرد و باعث پیشرفت‌های زیادی در روشن ساختن ماهیت عکس‌العمل استراتژیک در مدل‌های اقتصادی شده است. در واقع، بیشتر رفتارهای اقتصادی را می‌توان به‌عنوان موارد (حالت‌های) خاصی از نظریه بازی‌ها در نظر گرفت و درک دقیق و مناسب نظریه بازی‌ها جزء ضروری هر مجموعه از ابزارهای تحلیلی اقتصاددانان به شمار می‌رود و باورهای ذهنی‌اش حداکثر می‌کند و وقتی اطلاعات جدیدی مطابق با قانون بیز وارد می‌شود، آن اعتقادها اصلاح و تعدیل خواهند شد.

۶-۲ بررسی مثال‌ها

مثال: بازی سکه‌ای شیر یا خط

در این بازی، دو بازیکن وجود دارند، سطر (ردیف) و ستون. هر بازیکن سکه‌ای دارد که می‌تواند طوری آن را قرار دهد که یا طرف شیر آن یا طرف خط آن رو به پشت قرار گیرد. بنابراین، هر بازیکن دو استراتژی دارد که آن را به‌عنوان شیر یا خط خلاصه می‌کنیم. همین که استراتژی‌ها انتخاب شد، برای هر بازیکن پرداخت‌هایی وجود دارد که به انتخاب‌های هر دو بازیکن، بستگی دارد. این انتخاب‌ها مستقل‌لند و هیچ بازیکنی زمانی که انتخاب خودش را تعیین می‌کند، انتخاب بازیکن دیگری را نمی‌داند. فرض

می‌کنیم اگر هر دو بازیکن شیر ببرند یا هر دو خط ببرند، آنگاه بازیکن سطر (ردیف) یک دلار می‌برد و بازیکن ستون یک دلار می‌بازد. از طرف دیگر، اگر یک بازیکن شیر و دیگری خط ببرد، آنگاه بازیکن ستون یک دلار می‌برد و بازیکن سطر یک دلار می‌بازد.

	شیر	**خط**
شیر	(‎−۱و۱)	(۱و−۱)
خط	(۱و−۱)	(‎−۱و۱)

شکل (٦-١): ماتریس بازی سکه‌ای شیر یا خط

A بازیکن سطر و B بازیکن ستون می‌باشد. نوع اصلاح شده‌ی ساده‌ای از معمای زندانی که در فصول قبل بررسی شد و توسط آئومان (۱۹۸۷) ارائه شد، نوعی بازی است که در آن هر بازیکن می‌تواند به راحتی به داور مسابقه اعلام کند: "۱۰۰۰ دلار به من بدهید" یا "۳۰۰۰ دلار به بازیکن دیگر بدهید". توجه کنید که پرداخت‌های پولی از طرف شخص سومی می‌آید نه از بازیکنان. معمای زندانی یک بازی با مجموع متغیر است. بازیکنان می‌توانند بازی را از قبل مطرح کنند اما تصمیمات واقعی باید مستقل باشد. استراتژی در کاربردهای دیگر، همکاری و انکار معانی متفاوت دارند. برای مثال، در موقعیت انحصار دو جانبه فروش همکاری به معنای "توافق برای مطالبه یک قیمت بالاتر" می‌تواند باشد و عدم همکاری (انکار) به معنای "تقلیل قیمت و جذب بازار رقیب‌تان" است.

مثال: انحصار دو جانبه فروش کورنو:

یک بازی انحصاری دوجانبه ساده که نخست آن را کورنو (۱۹۳۸) تجزیه و تحلیل کرده در نظر بگیرید. فرض می‌کنیم دو بنگاه (شرکت) وجود دارند که کالای یکسانی را با هزینه‌ی نهایی C تولید می‌کنند. هر بنگاه باید بدون دانستن و آگاهی از تصمیم تولیدی

انحصـــارگر دیگر تصـــمیم بگیرد چه قدر محصـــول (ســـتانده) تولید کند. اگر بنگاه‌ها در مجموع x واحد کالا را تولیدکننده قیمت بازار p(x) خواهد بود. یعنی p(x) منحنی تقاضای معکوسی است که این دو تولیدکننده (شرکت با آن روبه‌رو هستند.

اگر x_i سطح تولید بنگاه i باشد، قیمت بازار $p(x_1+x_2)$ خواهد بود و سود بنگاه i به کمک رابطه‌ی $\pi_i(p(x_1+x_2)-c)x_i$ تعیین خواهد شد. در این بازی، استراتژی بنگاه i، انتخاب سطح تولیدش بوده و پرداخت به بنگاه i سودش خواهد بود.

مثال: انحصار دوجانبه فروش برتراند):

وضع مشابهی مانند بازی کورنو در نظر می‌گیریم، اما حالا فرض می‌شود که استراتژی هر بازیکن اعلام قیمتی اســـت که در آن مایل به عرضـــه‌ی مقدار دلخواهی از کالای مزبور است. در این حالت تابع پرداخت شکل اساساً متفاوتی اختیار می‌کند. این فرض مطلوب اسـت که مصـرف کنندگان فقط از بنگاهی که کمترین قیمت را دارد خرید خواهند کرد و نیز فرض می‌کنیم که آنها در صـــورت مطالبه قیمت مشـــابه خرید خود را بین دو بنگاه به‌طور برابر تقســـیم خواهند کرد با این فرض که $x(p)$ بیانگر تابع تقاضـــای بازار و C هزینه‌ی نهایی باشد، این امر منجر به پرداخت بنگاه ۱ به شکل زیر می‌شود:

$$\pi_1(p_1,p_2)=\begin{cases}(p_1-c)x(p_1) & ,p_1<p_2\\ (p_1-c)x(p_1) & ,p_1=p_2 \quad \text{اگر}\\ 0 & ,p_1>p_2\end{cases} \qquad (۱-٦)$$

این بازی ســـاختاری مشـــابه معمای زندانی دارد. اگر هر دو بازیکن همکاری کنند، می‌توانند قیمت انحصاری مطالبه کنند و هر یک نصف سود انحصاری را به دست آورند. اما در این حالت همواره وســـوســـه‌ای برای یک بازیکن وجود دارد که اندکی قیمتش را تقلیل داده و بدین وســـیله تمام بازار را برای خودش تســـخیر کند. اما اگر هر دو بازیکن

قیمت قیمت را تقلیل دهند، هر دو در وضـع بدتری قرار خواهد گرفت. توجه کنید بازی کورنو و برتراند ساختار اساساً متفاوتی ندارند حتی اگر برای مدلسازی پدیده اقتصادی انحصار دوجانبه فروش مشابه به کار روند. در بازی کورنو، پرداخت به هر بنگاه تابعی پیوسته از انتخاب استراتژیک خود بوده اما در بازی برتراند پرداخت‌ها توابعی ناپیوسته از استراتژی‌ها هستند. همان طور که انتظار می‌رود، این به تعادل کاملاً متفاوت منجر می‌شود.

کدام یک از این مدلها قابل قبول و صحیح هستند؟ پاسخ به این بستگی دارد که شما سعی دارید چه مدلی بسازید. در اکثر مدل‌سازی‌های اقتصادی، هنری برای گزینش تعدادی از انتخاب‌های استراتژیک بازی‌هایی که، عنصری از تکرارهای استراتژیک حقیقی را در بر می‌گیرند وجود دارد و در عین حال (ضمناً) تجزیه و تحلیل بازی به لندازه‌ی کافی ساده می‌شود.

مفاهیم راه‌حل:

استراتژی مختلط (ترکیبی) و استراتژی خالص (مطلق):

در اکثر بازی‌ها، ماهیت عکس‌العمل استراتژیک نشان می‌دهد که یک بازیکن نمی‌خواهد استراتژیی را انتخاب نماید که از قبل به وسیله‌ی بازیکن دیگر قابل پیش‌بینی نیست. برای مثال، بازی شیر یا خط که قبلاً شرح داده شده را در نظر بگیرید. در اینجا واضح است که هیچ بازیکنی نمی‌خواهد بازیکن دیگر انتخاب او را به‌طور دقیق پیش‌بینی کند. بنابراین، در نظر گرفتن یک استراتژی تصادفی از شیرهای ظاهر شده با احتمال P_h و خط‌های ظاهر شده با احتمال P_t طبیعی است. چنین استراتژی، یک استراتژی مختلط (ترکیبی)

نامیده می‌شود. استراتژی‌هایی که در آن یک انتخاب با احتمال ۱ ساخته شده، استراتژی خالص (مطلق) نامیده می‌شوند.

اگر R مجموعه‌ی استراتژی‌های خالص در دسترس شخص A (سطر) باشد، مجموعه‌ی استراتژی‌های مختلط موجود برای A، مجموعه‌ای از تمام توزیع احتمال‌های موجود در دامنه‌ی R، است، که احتمال بازی کردن استراتژی r در R، P_r است. به‌طور مشابه، P_c احتمال بازی‌های شخص B با استراتژی C خواهد بود. به منظور حل این بازی، باید مجموعه‌ای از استراتژی‌های مختلط (P_r, P_c) را که تا حدودی در تعادل هستند، پیدا کنیم. شاید برخی از استراتژی‌های مختلط تعادلی، با احتمال ۱ برای برخی از انتخاب‌ها تعیین شوند که در این حالت آنها به‌عنوان استراتژی‌های خالص تفسیر می‌شوند.

نقطه شروع طبیعی (عادی) تحقیق برای مفهوم راه‌حل، نظریه تصمیم استاندارد است: فرض می‌کنیم که هر بازیکن یک اعتقاد ذهنی احتمالی درباره استراتژی‌هایی که بازیکن دیگر ممکن است انتخاب کند داشته و هر بازیکن استراتژی‌ای را انتخاب می‌کند که پرداخت انتظاریش را حداکثر سازد. برای مثال فرض کنید اگر r,A و C,B را بازی کند، پرداخت A برابر $u_r(r,c)$است.

فرض می‌کنیم A یک توزیع احتمال ذهنی روی انتخاب‌های B دارد که آن را با π_c نشان می‌دهیم. برای بررسی اصول اساسی ایده‌ی احتمال ذهنی به فصل ٤ مراجعه کنید. در اینجا π_c احتمال ذهنی A درباره انتخاب C که B آن را خواهد ساخت، است. بطور مشابه، B اعتقادی درباره‌ی رفتار A خواهد داشت که ما آن را با π_c نشان می‌دهیم.فرض می‌کنیم هر بازیکن استراتژی مختلطی را بازی می‌کند و استراتژی مختلط واقعی A را با P_r و استراتژی مختلط واقعی Bرا با P_cنشان می‌دهیم. از آنجا که A انتخاب خود را

بدون دانستن انتخاب B انجام می‌دهد، احتمال شخص A در رخ دادن پیامد خاص (r,c)، $P_r\pi_c$ است.

این احتمال (ذهنی) در واقع برابر این احتمال است که شخص A، r را بازی کرده ضربدر احتمال (ذهنی) A درباره‌ی این که شخص B، C را بازی کند. بنابراین، هدف A انتخاب توزیع احتمال P_r است که تابع زیر را حداکثر کند:

$$\text{A پرداخت انتظاری}=\sum_r \sum_c p_c\pi_r u_c(r,c) \qquad (\text{٦-٢})$$

از طرف دیگر، شخص B مایل است تابع زیر را حداکثر کند:

$$\text{B پرداخت انتظاری}=\sum_c \sum_r p_c\pi_r u_c(r,e) \qquad (\text{٦-٢})$$

تا به حال، در واقع یک مدل نظری تصمیم‌گیری استاندارد را برای این بازی به کار بردیم- هر بازیکن می‌خواهد مطلوبیت انتظاری خود را با مفروض بودن اعتقادهای خود حداکثر کند. با مفروض (معلوم) بودن اعتقاداتم درباره‌ی آنچه که بازیکن دیگر ممکن است انجام دهد، من استراتژیی انتخاب می‌کنم که مطلوبیت انتظاری‌ام را حداکثر کند.

۶-۳ تعادل نش:

در قواعد (فرمول‌های) پرداخت انتظاری، که در پایان بخش قبل ارائه شد، رفتار شخص A (نحوه بازی احتمالی او با هر یک از استراتژی‌هایش) با توزیع احتمال P_r و اعتقادات شخص B درباره‌ی رفتار A با توزیع احتمال (ذهنی) $(\hbar_r)$ نشان داده شده است. لازمه‌ی سازگاری طبیعی این است که اعتقاد هر بازیکن درباره‌ی انتخاب‌های بازیکن دیگر، با انتخاب‌های واقعی بازیکن دیگر که قصد انجام آن را دارد، منطبق شود. انتظاراتی

که با فراوانی‌های واقعی سازگار هستند، گاهی اوقات انتظارات عقلایی نامیده می‌شوند. تعادل نش نوع خاصی از تعادل انتظارات عقلایی است.

۶-۳-۱ تعریف تعادل نش در استراتژی‌های مختلط):

یک تعادل نش ترکیبی از اعتقادات احتمالی $(\hbar_r,\hbar_c)$ روی استراتژی‌ها و احتمال انتخاب استراتژی‌ها (P_r,P_c) است به طوری که:

۱) اعتقادات و باورها صحیح هستند: به ازای تمام مقادیر r,c، $P_r=\hbar_r$ و $P_c=\hbar_c$ است

۲) هر بازیکن (P_r) و P_c را به گونه‌ای انتخاب می‌کند که مطلوبیت انتظاری خود را با مفروض بودن اعتقادات خود حداکثر کند.

در این تعریف، تعادل نش در استراتژی‌های مختلط تعادلی در فعالیت‌ها و اعتقادات است. در تعادل هر بازیکن به درستی پیش‌بینی می‌کند که بازیکن دیگر احتمالاً چگونه انتخاب‌های گوناگون می‌کند و اعتقادات دو بازیکن به‌صورت متقابل (دو به دو) سازگار هستند.

تعریف متداول و مناسب‌تر تعادل نش در استراتژی‌های مختلط این است که زوجی از استراتژی‌های مختلط (P_r,P_c) است به گونه‌ای که هر انتخاب عامل (بازیکن) مطلوبیت انتظاری‌اش را با مفروض بودن استراتژی بازیکن دیگر، حداکثر می‌کند. این معادل تعریفی است که ما استفاده کردیم، ولی گمراه کننده است، چون تشخیص بین اعتقادات بازیکنان و فعالیت‌های آنها نامشخص به نظر می‌رسد. سعی می‌کنیم در تشخیص دو مفهوم مزبور خیلی دقت کنیم.

حالت جالب توجه و خاصـــی از تعادل نش در اســـتراتژی‌های مختلط، تعادل نش در اســتراتژی‌های خالص اســت یعنی تعادل نش ســاده‌ای که در آن احتمال بازی اســتراتژی خاصی برای هر بازیکن ۱ است. یعنی:

۶-۳-۲ تعریف (تعادل نش در استراتژی‌های خالص):

تعادل نش در استراتژی‌های خالص یک زوج (r^*,c^*)است به طوری که به ازای همه‌ی استراتژی‌های شخص A یعنی r، $u_r(r^*,r^*)\geq u_r(r,c^*)$ و برای همه‌ی استراتژی‌های شــخص C,B، $u_c(r^*,c^*)\geq u_c(r^*,c)$ اســت. تعادل نش حداقل ســازگاری لازم برای اعمال کردن روی زوجی از استراتژی‌ها است: اگر شخص A معتقد باشد که شخص B، C^* را بازی خواهد کرد، بهترین پاسخ شخص A، r^* است و به‌طور مشابه برای شخص B نیز برقرار اســـت. هیچ بازیکنی علاقه ندارد به‌طور یک جانبه از اســـتراتژی تعادل نش منحرف گردد. اگر مجموعه‌ای از اســـتراتژی‌ها در تعادل نش نباشـــد، آنگاه حداقل یک بازیکن تفکر ســـازگاری با رفتار بازیکن دیگر ندارد. یعنی یکی از بازیکنان باید انتظار داشته باشد بازیکن دیگر برای نفع شخصی خودش فعالیت نمی‌کند و به این مورد فرض اولیه تجزیه و تحلیل را نقض می‌کند.

مفهوم تعادل اغلب به‌عنوان نقطه ساکن برخی از فرایندهای تعدیل تصـور می‌شـود. یک تفسـیر از تعادل نش این اسـت که این تعادل فرایند تعدیل تصـمیم‌گیری (تفکر) به واسـطه‌ی انگیزه‌های بازیکن دیگر اســت. شــخص A ممکن اســت فکر کند: "اگر من تصــور کنم شخص B فکر کند که من r_1 را بازی خواهم کرد، آنگاه بهترین کار برای او این است که استراتژی دیگر c_2 را بازی کند. اما اگر شخص B سعی کند c_2 را بازی کند، آنگاه بهترین واکنش من بازی r_2 است" و الی آخر.

مثال (تعادل نش در تضاد «تقابل) جنسیت):

بازی زیر به‌عنوان تضـاد یا تقابل جنسـیت شـناخته شـده اسـت. داسـتان پشـت این بازی چیزهای شـبیه موضـوع زیر را بیان می‌کند. روندا[1] (سـطر) و کالوین[2] (سـتون) بحث می‌کنند که آیا این ترم اقتصاد خرد بگیرند یا اقتصاد کلان. اگر هر دو اقتصاد خرد بگیرند، روندا ۲ واحد مطلوبیت و کالوین ۱ واحد مطلوبیت به دسـت می‌آورد. اگر هر دو اقتصـاد کلان بگیرند، مطلوبیت پرداختی به آنها برعکس خواهد شـد. اگر آنها درس‌های متفاوتی را بگیرند، هیچ مطلوبیتی به دست نمی‌آورند.

حال، همه‌ی تعادل نش این بازی را محاسـبه می‌کنیم. ابتدا، تعادل نش در اسـتراتژی‌های خالص را جسـتجو می‌کنیم. این کار در واقع مسـتلزم بررسـی سـیستماتیک بهترین واکنش به انتخاب اسـتراتژی‌های گوناگون اسـت. فرض کنید کالوین فکر می‌کند که روندا، بالا (Top) را بازی کند. کالوین ۱ واحد مطلوبیت از بازی چپ و صـفر واحد از بازی راسـت به دست می‌آورد، بنابراین چپ بهترین واکنش کالوین به بازی بالای روندا است. از طرف دیگر، اگر کالوین چپ را بازی کند، آنگاه به سـهولت ملاحظه می‌شـود که بازی بالا برای روندا بهینه است. این روش یا مسیر استدلال نشان می‌دهد که (بالا، چپ) یک تعادل نش است. استدلال مشابهی نشان می‌دهد که (پائین، راست) نیز یک تعادل نش است.

---
[1] Ronda
[2] Calvin

روندا		**کالوین**	
		(خرد) چپ	**(کلان) راست**
	خرد (بالا)	(۱و۲)	(۰و۰)
	کلان (پائین)	(۰و۰)	(۲و۱)

شکل (٦-۲): تقابل جنسیت)

ما همچنین این بازی را به‌طور سیستماتیک با نوشتن مسئله حداکثر کردن می‌توانیم حل کنیم و هر فرد (عامل) باید مثل حداکثر کردن راه حل کرده و شـــرط‌های مرتبه‌ی اول را بررسی کند. فرض کنید (P_t, P_b) احتمالاتی باشند که بر اساس آن روندا بالا و کالوین پائین را بازی می‌کند و (P_l, P_r) را نیز به روش مشابه تعریف کنید. سپس مسئله روندا به‌صورت زیر است:

$$\max_{(p_t, p_b)} p_t[p_l 2 + p_r 1] + p_b[p_l 0 + p_1]$$

$$\begin{aligned} p_t &\geq 0 \\ p_b &\geq 0 \end{aligned} \qquad (۳-٦)$$

فرض کنید £، μ_t و μ_b ضرایب کان – تاکر روی قیود (محدودیت‌ها) باشند به طوری که اگر لاگرانژ مسئله به‌صورت زیر باشد:

$$£ = 2\mathrm{p}_t p_l + p_b p_r - \lambda(p_t + p_b - 1) - \mu_t p_t - \mu_b p_b \qquad (٤-٦)$$

با مشتق‌گیری نسبت به P_t و P_b ملاحظه می‌کنیم شرط‌های کان – تاکر برای روندا عبارتند از:

$$2p_l = \lambda + \mu_t \qquad (٥-٦)$$

چون از قبل راه‌حل‌های اســتراتژی خالص را می‌دانیم، فقط حالتی را در نظر می‌گیریم که $P_t > 0$ و $P_b > 0$، شرایط ایستای مکمل (تکمیلی) بیانگر این است که $\mu_t = \mu_b = 0$.

به کمک این واقعیت که $p_l + p_r = 1$، ملاحظه می‌شــود که روندا متوجه خواهد شــد وقتی $p_l = 1/3$ و $p_r = 2/3$ اســـت، بازی با یک اســـتراتژی مختلط برای او بهینه خواهد بود. در زیر روش مشــابهی برای کالوین ارائه می‌شــود، ما یافتیم که $p_l = 1/3$ و $p_r = 2/3$ اســـت. پرداخت انتظاری به هر بازیکن حاصـــل از این اســـتراتژی مختلط با جایگذاری این اعداد در تابع هدف محاسبه می‌شود. در این مورد پرداخت انتظاری برای هر بازیکن، ۳/۲ اســـت. توجه کنید هر بازیکن تعادل اســـتراتژی خالص را به اســـتراتژی مختلط ترجیح خواهد داد چون پرداخت‌های بیشتری برای هر بازیکن دارد.

نکته ۱-۳-۵: یک اشـکال یا ضـعف نظریه‌ی اسـتراتژی مختلط این اسـت که گاهی اوقات ارائه تفسیری رفتاری از ایده‌ی استراتژی مختلط مشکل است. هر چند در برخی بازی‌ها، مثل بازی سکه‌ای شیر یا خط، استراتژی‌های مختلط تنها تعادل معقول و مناسب هستند. اما در سـایر بازی‌های اقتصـادی مثل بازی انحصـار دوجانبه فروش، اسـتراتژی‌های مختلط غیرواقعی و نامعقول به نظر می‌رسند.

۶-۴ استراتژی‌های غالب

فرض کنید r_1 و r_2 دو اسـتراتژی برای شـخص A (سـطر) باشـد. می‌گوییم صـرفنظر از انتخاب شـــخص B، اگر پرداخت اســـتراتژی r_1 اکیداً بزرگتر از پرداخت حاصـــل از استراتژی r_2 باشد، برای شخص A به‌طور اکید n بر r_2 غالب باشد. اگر پرداخت حاصل از r_1 انتخاب بزرگتر باشد، استراتژی r_1 به‌طور ضعیفی بر r_2 غالب است.

یک تعادل اســتراتژی غالب انتخابی از اســتراتژی‌ها اســت که توســط هر بازیکن اتخاذ می‌شـود به طوری که هر استراتژی (به طور ضـعیفی) بر هر استراتژی موجود دیگر برای آن بازیکن، غالب باشــد. یک بازی جالب توجه خاص دیگری که یک تعادل اســتراتژی غالب دارد معمای زندانی است که در آن تعادل استراتژی غالب (اعتراف به جرم، اعتراف به جرم) است. اگر من معتقد باشم که شخص دیگر اقرار به جرم نخواهد کرد آنگاه اقرار به جرم برایم مزیت دارد و اگر من معتقد باشـم که شـخص دیگر اقرار خواهد کرد، هنوز هم اقرار به جرم به نفع من خواهد بود. بوضــوح، تعادل اســتراتژی غالب یک تعادل نش است، اما تمام تعادل‌های نش، تعادل استراتژی غالب نیستند. تعادل استراتژی غالب یک راه‌حل اجباری خاتص برای بازی اســـت، چون انتخاب بهینه منحصـــر بفردی برای هر بازیکن وجود دارد.

۶-۵ بازی‌های تکراری

در اکثر موارد، مناسـب نیسـت انتظار داشـته باشـیم که پیامد یک بازی تکراری با بازیکنان یکســـان همانند وجود یک حالت تکراری از بازی یک مرحله‌ای باشــد. دلیل این امر آن است که فضای استراتژی بازی تکراری بزرگتر می‌شود. هر بازیکن می‌تواند انتخاب خود را در یک نقطه به‌صـــورت تابعی از ســـابقه کامل بازی تا آن نقطه تعیین کند. از آنجا که رقیبم می‌تواند رفتارش را بر اســـاس ســـابقه انتخاب‌های من اصـــلاح کند، من باید وقتی انتخاب‌های خودم را می‌سازم این تأثیر را مدنظر داشته باشم.

حال این موضوع را در زمینه‌ی بازی ساده‌ی معمای زندانی که قبلاً توصیف شد تجزیه و تحلیل (آنالیز) می‌کنیم. در اینجا مصـــلحت بلندمدت هر دو بازیکن ســـعی در به دســـت آوردن راه‌حل (همکاری، همکاری) است. بنابراین، ممکن است برای یک بازیکن معقول باشد تلاش کند به بازیکن دیگر علامت دهد که او مایل است به نحو مطلوب عمل کرده

و در حرکت اول بازی راه‌حل همکاری را انتخاب کند. البته، مصلحت کوتاه‌مدت بازیکن دیگر انکار جرم است، اما آیا این واقعاً مصلحت بلندمدتش نیز هست؟ او ممکن است استدلال کند اگر جرم را بپذیرد، بازیکن دیگر شاید طاقتش را از دست داده و از آن به بعد خودش از جرم فرار کند. بنابراین، بازیکن دوم ممکن است در بلندمدت از بازی استراتژی بهینه کوتاه‌مدت ضرر ببیند. واقعیت ورای این استدلال این است که حرکتی که الان می‌کنم شاید در آینده بازتاب داشته باشد- انتخاب‌های آینده بازیکن دیگر (زندانی دیگر، در این مورد خاص) ممکن است به انتخاب‌های کنونی من بستگی داشته باشد.

حال می‌پرسیم آیا استراتژی (همکاری، همکاری) می‌تواند یک نش از معماری زندانی تکرار شده (تکراری) باشد. ابتدا موردی را در نظر می‌گیریم که در آن هر بازیکن می‌داند که بازی به تعداد دفعات ثابتی تکرار خواهد شد. استدلال بازیکنان را درست قبل از دور آخر بازی در نظر بگیرید. هر یک از بازیکنان استدلال می‌کند که در این نقطه آن‌ها بازیی یک مرحله‌ای را بازی می‌کنند. از آنجا که که در حرکت آخر هیچ فرصتی برای آینده باقی نماند، منطق استانداردی برای تعادل نش به کار رفته و هر دو نفر جرم را انکار می‌کنند.

حال حرکت ما قبل آخر را در نظر بگیرید. در این‌جا به نظر می‌رسد ممکن است هر دو بازیکن به همکاری بپردازند به این خاطر که علایمی که آنها می‌دهند را نشانه و سمبل مطلوبی است که دوباره در حرکت بعدی نسبت به حرکت گذشته (آخر) وجود ندارد. تا زمانی که هر دو بازیکن معتقد باشند که بازیکن دیگر حرکت نهایی را نخواهد پذیرفت، هیچ مزیتی برای تلاش در جهت تحت تأثیر قرار دادن رفتار آینده با مطلوب بودن حرکت ما قبل آخر وجود ندارد. منطق مشابهی از قیاس قهقرایی برای دو حرکت ما قبل آخر قابل استفاده است و الی آخر. در معمای زندانی تکرار شده با تعداد محدودی از تکرارها،

تعادل نشـــی همچنان عدم پذیرش (انکار) هر بار جرم اســـت. در بازی تکراری با تعداد تکرارهای نامحدود، این وضعیت کاملاً متفاوت است.

در این مورد، در هر مرحله مشخص است که بازی دست کم یک بار بیشتر تکرار خواهد شـد و بنابراین مزایای (بالقوه‌ای) برای همکاری وجود خواهد داشـت. حال نحوه کارکرد و تأثیر این حالت را در مورد معمای زندانی بررسی می‌کنیم.

بازی‌ای را در نظر بگیرید که شـامل تعداد نامحدودی تکرار از معمای زندانی شـرح داده شده‌ی قبلی است. استراتژی‌ها در این بازی تکراری، دنباله‌ای از توابع‌اند که نشان می‌دهد آیا هر بازیکن در یک مرحله‌ی خاص به‌صـــورت تابعی از ســـابقه بازی تا آن مرحله، همکـاری خواهـد کرد یـا نخواهـد پـذیرفـت. پرداخـت‌هـا در بـازی تکراری مجموع پرداخت‌های تنزیل شـده در هر مرحله هستند. یعنی اگر بازیکنی در زمان t پرداخت u_t را به دست آورد، پرداختش در بازی تکرار شده $\sum_{t=0}^{\infty}\frac{u_t}{(1+r)^t}$ است که در اینجا r نرخ تنزیل اســـت. حال نشـــان می‌دهیم تا زمانی که نرخ تنزیل خیلی زیاد نیســـت زوجی از اسـتراتژی‌های تعادل نش وجود دارد طوری که هر بازیکن تشـخیص می‌دهد مصلحت او در همکاری در هر مرحله است.

در واقع، نشان دادن یک مثال روشن از این گونه استراتژی‌ها ساده است. استراتژی زیر را در نظر بگیرید: در حرکت فعلی همکاری می‌شـــود مگر آن که بازیکن دیگر در مرحله‌ی گذشـــته (آخر) بازی را نپذیرفته باشـــد. اگر بازیکن دیگر در حرکت گذشـــته بازی را نپذیرفته باشد (رد کند)، آنگاه برای همیشه بازی را رد می‌کنم (نمی‌پذیرم). این اسـتراتژی گاهی اوقات، اسـتراتژی مجازات (تنبیه) نامیده می‌شـود. به این دلیل واضـح و بدیهی که

اگر بازیکنی بازی را نپذیرفت (همکاری را رد کرد)، او همیشـــه با پرداخت کمتری تنبیه خواهد شد.

برای نشـان دادن این که زوجی از اسـتراتژی‌های مجازات، یک تعادل نش را تشـکیل می‌دهند، در واقع باید نشـان دهیم که اگر یک بازیکن استراتژی مجازات بازی کرد، بازی دیگر نمی‌تولند بهتر از بازی اســـتراتژی مجازات بازی کند. فرض کنید، بازیکنان تا مرحله‌ی Tهمکاری می‌کنند و در نظر بگیرید اگر بازیکنی تصـمیم بگیرد در این مرحله بازی را رد کند (نپذیرد) چه اتفاقی خواهد افتاد. با اسـتفاده از اعداد مثال معمای زندانی، او پرداخت متوسـط ٤ دلار را به دسـت خواهد آورد، اما او همچنین خودش را به جریان نامحدودی از پرداخت‌های ۱ دلاری محدود می‌کند. ارزش تنزیل شـــده‌ی چنین جریانی از پرداختها، $\frac{1}{r}$ است بنابراین پرداخت انتظاری کل او حاصل از نپذیرفتن بازی $4+\frac{1}{r}$است.

از طرف دیگر، پرداخت انتظاری به او حاصـل از ادامه‌ی همکاری، $3+\frac{3}{r}$ اسـت. ادامه‌ی همکاری تا زمانی ترجیح داده می‌شـــود که $3+\frac{3}{r} > 4+\frac{1}{r}$ باشـــد یعنی تا زمانی که $r < 2$ است.

تا زمانی که این شـرط برقرار باشـد، اسـتراتژی مجازات یک تعادل نش به‌صـورت زیر را شکل می‌دهد:

اگر یک گروه (فرد) اســـتراتژی مجازات را بازی کند، گروه دیگری نیز می‌خواهد آن را بازی کند و هیچ گروهی نمی‌تواند با انحراف یک جانبه از این انتخاب منفعتی به دســـت آورد.

این ساختار کاملاً قوی و مستحکم است. اصولاً استدلال مشابهی برای هر پرداختی که بیش از پرداخت حاصله از انکار جرم، است اعمال می‌شود. نتیجه مشهوری به‌عنوان قضیه فالک (Folk) شناخته شده که به‌طور دقیق این ایده را بیان می‌کند: در معمای زندانی تکراری، اگر هر دو نفر پیوسته جرم را انکار کنند، هر پرداخت بزرگتر از پرداخت دریافت شده را می‌توان به‌عنوان یک تعادل نش در نظر گرفت.

مثال: حفظ یک کارتل:

انحصار دوجانبه‌ی ساده‌ای را در نظر بگیرید که اگر هر دو بنگاه بازی کورنو را انتخاب کنند، سود $(\hbar_c,\hbar_c)$را به دست می‌آورند و اگر هر دو بنگاه مقدار ساده‌ای که سود مشترک‌شان را حداکثر می‌کند تولید کنند، سود $(\hbar_c,\hbar_c)$ را به دست خواهند آورد. یعنی، آنها به‌صورت یک کارتل فعالیت (عمل) می‌کنند. بدیهی است مقادیر ستاده‌ای که سود مشترک را حداکثر می‌کند به‌طور نمونه در یک بازی یک مرحله‌ای (دوره‌ای) تعادل نش نیست – هر تولیدکننده اگر معتقد باشد که ستاده‌ی تولیدکننده‌ی دیگر ثابت خواهد بود، انگیزه‌ای برای دامپینگ (قیمت شکنی به قصد خارج کردن رقبا از بازار و به دست آوردن موقعیت انحصاری) ستاده‌ی اضافی دارد. ولی، به هر حال تا زمانی که نرخ تنزیل خیلی زیاد نیست، راه‌حل حداکثر سازی سود مشترک یک تعادل نش از بازی تکراری خواهد بود.

استراتژی مجازات مناسب برای هر بنگاه این است که ستاده کارتل را تولید کند مگر این که بنگاه دیگر از کارتل منحرف شود و در این حالت بنگاه همیشه مقدار ستاده‌ی کورنو را تولید خواهد کرد. استدلال مشابهی با استدلال معمای زندانی نشان می‌دهد که این تعادل نش است.

۶-۶ اصلاحات تعادل نش:

مفهوم تعادل نش شـــبیه تعریف منطقی تعادلی از بازی به نظر می‌رســـد. مثل هر مفهوم تعادلی، دو ســـؤال جالب مطرح می‌شـــود؟ ۱) آیا به‌طور کلی تعادل نش وجود خواهد داشت؟ و ۲) آیا تعادل نش منحصر بفرد است.

خوشبختانه، مسئله وجود تعادل نش مشکل آفرین نیست. نش (۱۹۵۰) نشان داد که برای تعداد محدودی از عاملین اقتصـــادی و تعداد محدودی از اســـتراتژی‌ای خالص، تعادل همواره وجود خواهد داشت. البته ممکن است یک تعادل مستلزم استراتژی‌های مختلط باشد. در فصل هفتم نشان خواهیم داد که اگر استراتژی مجموعه فشرده و محدب بوده و توابع پرداخت پیوسته و شبه مقعر باشند، همیشه تک تعادل نش در استراتژی خالص وجود دارد.

به هر حال، معمولاً وقوع حالت منحصر بفرد بودن تعادل بسیار بعید است. قبلاً ملاحظه کردیم که ممکن است چندین تعادل نش برای یک بازی وجود داشته باشد.

نظریه‌پردازان نظریه بازی‌ها تلاش قابل توجهی را برای کشف و شناسایی معیارهایی که برای انتخاب از میان تعادل‌های نشی به کار برده شوند، انجام داده‌اند. این معیارها به‌عنوان اصـــلاحات مفهوم تعادل نش شـــناخت شـــده‌اند و در زیر چند مورد از آنها را بررســـی خواهیم کرد.

۶-۷ حذف استراتژی‌های غالب:

زمانی که هیچ تعادل اســـتراتژی غالب وجود نداشـــته باشـــد، باید به ایده‌ی تعادل نش برگردیم. اما به‌طور نمونه (معمولاً) بیش از یک تعادل نش وجود خواهد داشـــت. پس مسئله ما تلاش برای حذف برخی از تعادل‌های غیرمنطقی نش است.

اعتقاد منطقی و معقول درباره‌ی رفتار بازیکنان این اســـت که برای آنها غیرمنطقی خواهد بود استراتژی‌هایی را بازی کنند که بوسیله استراتژی‌های دیگر غالب شده‌اند. این نشان می‌دهد وقتی بازی مفروضـی وجود داشـته باشـد، باید ابتدا تمام اسـتراتژی‌های غالب را حذف کنیم و ســـپس تعادل نش بازی باقیمانده را محاســـبه کنیم. این روش، حذف اســـتراتژی‌های غالب نامیده می‌شـــود. و گاهی اوقات به کاهش قابل توجهی در تعداد تعادل‌های نش منجر می‌گردد.

برای مثال بازی مشـخص شـده در شـکل ٦-٣ را در نظر بگیرید توجه کنید دو اسـتراتژی خالص تعادل نش وجود دارد، (بالا، چپ) و (پائین، راسـت). به هر حال، برای بازیکن B هیچ وقت استراتژی غالبش را بازی نخواهد کرد، تنها تعادل بازی، (پائین، راست) است.

حذف اسـتراتژی‌های اکیداً غالب به‌طور کلی به‌عنوان روشـی قابل قبول برای سـاده کردن تجزیه و تحلیل (انالیز) یک بازی پذیرفته می‌شـود. حذف اسـتراتژی‌های به‌طور ضـعیف غالب، پیچیده‌تر اســـت. مثال‌هایی وجود دارد که در آنها حذف اســـتراتژی‌های به‌طور ضعیف غالب، ماهیت استراتژیک بازی را به‌طور معنی‌داری تغییر می‌دهند.

بازیکن A	بازیکن B		
		چپ	راست
	بالا	(۲و۲)	(۲و۰)
	پایین	(۰و۲)	(۱و۱)

شکل (٦-٣): بازی با استراتژی‌های غالب

٦-٨ بازی‌های متوالی و تعادل کامل بازی فرعی: (یا بازی فرعی کامل):

بازی‌های توصیف شده تاکنون در فصل حاضر، همگی ساختار پویای خیلی ساده‌ای داشتند: آن‌ها یا بازی‌های یک مرحله‌ای و یا دنباله (رشته‌ای) تکراری از بازی‌های یک مرحله‌ای بودند. آن‌ها همچنین ساختار اطلاعات خیلی ساده‌ای داشتند: هر بازیکن پرداخت‌های بازیکن دیگر و استراتژی‌های موجود را می‌دانست، اما انتخاب واقعی بازیکن دیگر از استراتژی‌ها را از قبل نمی‌دانست. روش دیگر برای گفتن این مطلب این است که تا به حال توجه خودمان را به بازی‌های با حرکت همزمان محدود کردیم.

اما اکثر بازی‌های جالب توجه فاقد این ساختار هستند. در بسیاری از موقعیت‌ها، دست کم برخی از انتخاب‌ها به‌طور پی در پی (متوالی) صورت می‌گیرد و یک بازیکن ممکن است انتخاب بازیکن دیگر را بداند قبل از این که او مجبور باشد انتخاب خودش را بسازد. تجزیه و تحلیل چنین بازی‌هایی اهمیت قابل ملاحظه‌ای برای اقتصاددانان دارد چون بسیاری از بازی‌های اقتصادی چنین ساختاری دارند: یک انحصارگر رفتار تقاضای مصرف کننده را قبل از تولید محصول (ستاده) مشاهده می‌کند، یا انحصارگر دوجانبه ممکن است سرمایه‌گذاری رقیبش را قبل از اتخاذ تصمیمات محصول خودش مشاهده کند و غیره. تجزیه و تحلیل این گونه بازی‌ها مستلزم مفاهیم جدیدی است.

برای مثال، بازی ســاده‌ی نشــان داده شــده در جدول ٦–٥ را در نظر بگیرید. به راحتی مشخص می‌شود که دو استراتژی خالص تعادل نش در این بازی وجود دارد، (بالا، چپ) و (پائین، راست).

نکته ضــمنی (تلویحی) در توصــیف این بازی، ایده‌ای اســت که هر دو بازیکن انتخاب‌هایشــان را به‌طور همزمان بدون آگاهی از انتخابی که بازیکن دیگر کرده اســت، انجام می‌دهند. اما فرض کنید ما بازی‌ای را در نظر می‌گیریم که در آن شخص A (سطر) باید نخست انتخاب کند و شخص B (ستون) انتخابش را بعد از مشاهده‌ی رفتار شخص A (سطر) انجام دهد.

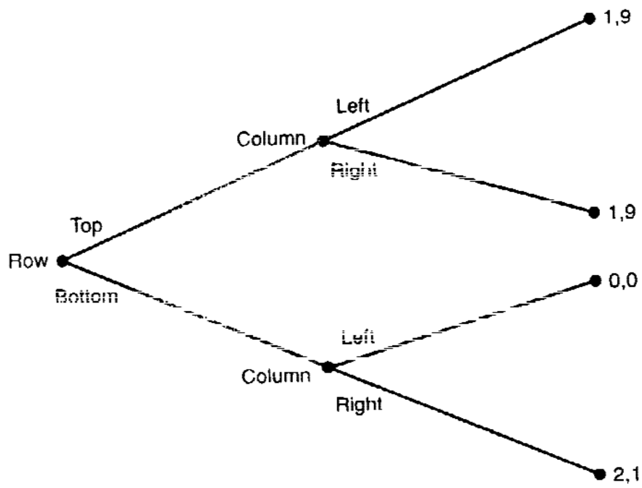
		بازیکن B (ستون)	
		چپ	**راست**
بازیکن A (سطر)	**بالا**	(۹و۱)	(۹و۱)
	پائین	(۰و۰)	(۱و۲)

شکل (٦–٤): ماتریس پرداخت یک بازی با حرکت همزمان

به منظور توصــیف این بازی متوالی، لازم اســت ابزار جدیدی به نام درخت بازی معرفی شــود. این درخت بازی نموداری اســت که نشــانگر انتخاب‌هایی اســت که هر بازیکن می‌تولند در هر لحظه از زمان انجام دهد. پرداخت به هر بازیکن در شــاخه‌های درخت مطابق شکل فوق نشان داده شده است. این درخت بازی بخشی توصیفی از بازی در شکل گسترده است.

مطلب مهم در مورد نمودار درختی بازی این است که این نمودار ساختار پویای بازی را نشان می‌دهد – این که برخی انتخاب‌ها قبل از انتخاب‌های دیگر صورت گرفته‌اند. انتخاب در بازی مشابه انتخاب یک شاخه از درخت است. همین که انتخابی صورت گرفت، از آن به بعد بازیکنان در یک بازی فرعی مرکب از استراتژی‌ها و پرداخت‌های در دسترس برای آنها هستند.

محاسبه تعادل نش در هر یک از بازی‌های فرعی ممکن به ویژه در این حالت ساده و آسان است، چون مثال خیلی راحت است. اگر شخص A (سطر) بالا را انتخاب کند، او به‌طور مؤثری بازی فرعی خیلی ساده‌ای را انتخاب می‌کند که در آن شخص B (ستون) فقط یک حرکت باقی مانده دارد. شخص B (ستون) بین دو حرکتش بی‌تفاوت است به طوری که اگر بازیکن A (سطر) بالا را انتخاب کند، قطعاً با پرداخت ۱ بازی را به اتمام می‌رساند.



شکل (٦-٥): درخت بازی. هنگامی که نخست شخص A (سطر) حرکت می‌کند، درخت بازی پرداخت‌هایی را برای بازی قبل مشخص می‌کند.

اگر شخص A (سطر) پائین را انتخاب کند، برای شخص B (ستون) انتخاب راست بهینه خواهد بود که پرداخت ۲ را به شخص A می‌دهد. چون ۲ بزرگتر از ۱ است، شخص A به وضوح با انتخاب پائین به جای بالا وضعش بهتر می‌شود. بنابراین، تعادل منطقی و مناسب برای این بازی (پائین، راست) است. البته، این یک تعادل نش در بازی حرکت همزمان است. اگر شخص B (ستون) ابراز (اعلام) کند که راست را انتخاب خواهد کرد، آنگاه پاسخ بهینه‌ی شخص A پائین است و اگر شخص A ابراز کند که پائین را انتخاب خواهد کرد، آنگاه پاسخ بهینه‌ی شخص B راست است.

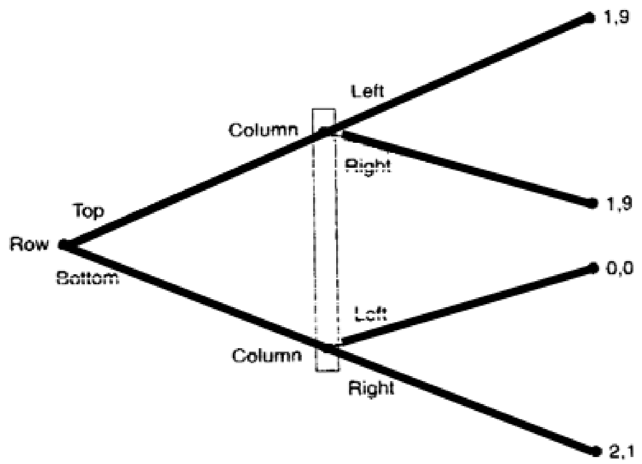
اما برای تعادل دیگر (بالا، چپ) چه اتفاقی می‌افتد؟ اگر شخص A معتقد باشد که شخص B چپ را انتخاب خواهد کرد، آنگاه حتماً انتخاب بهینه‌ی او انتخاب بالا است. اما چرا شخص A معتقد است که شخص B واقعاً چپ را انتخاب خواهد کرد؟ وقتی که شخص A پائین را انتخاب می‌کند، انتخاب حاصل از بازی فرعی برای شخص B، انتخاب راست است. انتخاب چپ در این مرحله، یک انتخاب تعادلی در بازی فرعی مربوطه نیست.

در این مثال، تنها یکی از دو تعادل نش شرطی را برقرار می‌سازند که نه تنها تعادلی کلی وجود دارد بلکه همچنین تعادلی در هر بازی فرعی وجود خواهد داشت. تعادل نش با این ویژگی به‌عنوان تعادل بازی فرعی کامل معروف است.

تعادل بازی فرعی کامل، حداقل در بین بازی‌هایی که تاکنون بررسی کرده‌ایم، به سادگی محاسبه می‌شود. شخص می‌تواند به سادگی قیاس قهقرایی را با شروع از حرکت آخر بازی انجام دهد. بازیکنی که آخر حرکت می‌کند، با یک مسئله‌ی بهینه‌سازی ساده بدون انشعاب استراتژیک مواجه است، بنابراین حل این مسئله خیلی آسان است. بازیکنی که حرکت ماقبل آخر را انجام می‌دهد، می‌تواند پیش‌بینی کند (تصمیم بگیرد) چگونه

بازیکنی که در حرکت آخر است به انتخاب‌هایش واکنش نشان خواهد داد و غیره. روش تجزیه و تحلیل مشابه برنامه‌ریزی پویا است. همین که بازی از طریق این قیاس قهقرایی درک شده باشد، بازیکنان آن را از پیش بازی می‌کنند.

همچنین شکل گسترده بازی مدلسازی موقعیت‌هایی که در آنجا برخی حرکت‌ها متوالی و برخی همزمان هستند را امکانپذیر می‌سازد. مفهوم ضروری آن "مجموعه‌ی اطلاعات" است. مجموعه اطلاعات یک فرد یا بنگاه مجموعه‌ی گره‌های درخت است که فرد یا بنگاه نمی‌تواند آنها را تفکیک کند. برای مثال، بازی حرکت همزمان نشان داده شده در آغاز این بخش بوسیله‌ی درخت بازی شکل ۲-۵ نشان داده می‌شود. در این نمودار، ناحیه سایه‌دار بیانگر این است که شخص B نمی‌تواند تمایز قائل شود کدام یک از این تصمیمات توسط شخص A در زمانی که شخص B باید تصمیم خودش را بگیرد، اتخاذ شد. از این رو، درست (دقیقاً) همانند وقتی است که انتخاب‌ها به‌طور همزمان ساخته شوند.



شکل (٦-٦) مجموعه‌ی اطلاعات. این شکل گسترده برای بازی حرکت همزمان اولیه است.

مجموعه‌ی اطلاعات سایه‌دار نشان می‌دهند که شخص B هنگام تصمیم‌گیری از انتخاب شخص A آگاه نیست. بنابراین، شکل گسترده‌ی یک بازی برای مدلسازی هر چیزی در شکل استراتژیک به علاوه‌ی اطلاعاتی در مورد رشته‌ای از انتخاب‌ها و مجموعه اطلاعات به کار می‌رود. در این حال، شکل گسترده مفهوم مؤثرتری (قوی‌تر) نسبت به شکل استراتژیک دارد، چون شامل اطلاعات مفصل و کامل‌تر درباره‌ی عکس‌العمل استراتژیک عوامل (افراد یا بنگاه‌ها) است. وجود این اطلاعات اضافی است که به حذف برخی از تعادل‌های نش غیرمنطقی کمک می‌کند.

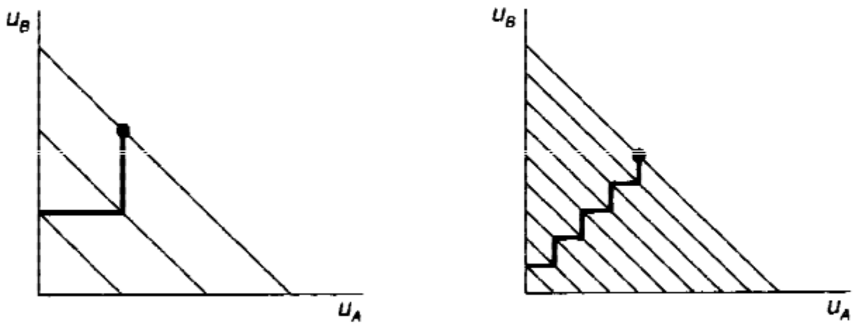
مثال: یک مدل چانه‌زنی ساده:

فرض کنید ۱ دلار برای تقسیم بین دو بازیکن A و B وجود دارد. آنها توافق می‌کنند حداکثر سه روز برای مذاکره درباره‌ی تقسیم یک دلار وقت بگذارند. روز اول، A پیشنهادی ارائه خواهد کرد، B یا می‌پذیرد و یا پیشنهاد متقابلی در روز بعد می‌دهد و روز سوم A پیشنهاد نهایی را ارائه خواهد کرد. اگر آنها نتوانند به توافقی در سه روز دست یابند، هر دو بازیکن چیزی به دست نمی‌آورند.

درجه (میزان) بی‌صبری A و B متفاوت است. A پرداختها را در آینده به میزان α در هر روز و B پرداخت را به میزان β در هر روز تنزیل می‌کند. در نهایت، فرض می‌کنیم اگر بازیکنی بین دو پیشنهاد مردد است، او یکی از پیشنهادهایی را که بیشتر توسط رقیبش ترجیح داده شده خواهد پذیرفت. این ایده‌ای است که رقیب توانسته مقدار کوچک دلخواهی را پیشنهاد کرده تا بازیکن را به گونه‌ای وادار کند که به‌طور اکید یک انتخاب را ترجیح دهد. و این فرض به ما اجازه می‌دهد چنین "مقدار کوچک دلخواهی" را به صفر تقریب زنیم. اثبات می‌شود که تعادل بازی فرعی کامل منحصر بفردی از این بازی چانه‌زنی وجود دارد.

همان طور که در بالا پیشنهاد شد، ما تجزیه و تحلیل خود را در پایان بازی درست قبل از روز آخر، شروع می‌کنیم. در این نقطه A می‌تواند پیشنهادی مبنی بر پذیرش یا رد به B ارائه کند (پیشنهاد همه یا هیچ). بوضوح، در این نقطه کار مطلوب و بهینه برای A این است که به بازیکن B کوچکترین مقدار ممکنی را که او خواهد پذیرفت پیشنهاد کند و این بنا به فرض صفر است. بنابراین اگر بازی واقعاً سه روز طول بکشد، بازیکن A یک دلار به دست خواهد آورد و بازیکن B هیچی به دست نخواهد آورد (یعنی، مقدار کوچک دلخواهی).

حال به حرکت قبلی برمی‌گردیم، وقتی B پیشنهاد تقسیم یک دلار را می‌دهد. در تاین نقطه B باید دریابد که A می‌تواند ۱ دلار را در حرکت بعدی با رد پیشنهاد B برای خودش تضمین کند. ارزش یک دلار دوره‌ی بعد برای بازیکن A در این دوره، به مقدار α است، بنابراین هر پیشنهادی کمتر از α قطعاً رد خواهد شد. بازیکن B مطمئناً حالا $1-\alpha$ را به دست خواهد آورد. حال به روز اول برمی‌گردیم. در این نقطه، A وادار به ارائه پیشنهاد شده و درمی‌یابد که B می‌تواند $1-\alpha$ را به دست آورد اگر او تا روز دوم منتظر بماند. از این رو A باید به منظور جلوگیری از تأخیر B، پیشنهاد پرداختی بدهد که دست کم این ارزش فعلی را برای B داشته باشد. بنابراین او $\beta(1-\alpha)$ را به B پیشنهاد خواهد کرد. B متوجه می‌شود این پیشنهاد قابل قبول است و بازی به پایان می‌رسد. پیامد نهایی این است که بازی در حرکت اول با دریافتی A به مقدار $1-\beta(1-\alpha)$ و دریافتی B به مقدار $\beta(1-\alpha)$، به پایان می‌رسد.



شکل (٦-٧): یک بازی چانه‌زنی. خط تیره پیامدهای تعادلی در بازی‌های فرعی را به همدیگر وصل می‌کند. نقطه روی بالاترین خط، تعادل بازی فرعی کامل است.

شکل فوق این فرایند را برای حالتی که در آن $\alpha = \beta < 1$ است نشان می‌دهد. دورترین خط قطری (مورب) الگوهای ممکن پرداخت در روز اول را نشان می‌دهد، یعنی تمام پرداخت‌های به شکل $x_A + x_B = 1$ را. خط مورب بعدی که به طرف مبدأ حرکت می‌کند، ارزش فعلی پرداخت‌هایی را نشان می‌دهد اگر بازی در دوره‌ی دوم به پایان برسد: $x_A + x_B = \alpha$.

نزدیکترین خط مورب به مبدأ ارزش فعلی پرداخت‌ها را نشان می‌دهد، اگر بازی در دوره‌ی سوم به پایان برسد. معادله‌ی این خط نیز $x_A + x_B = \alpha^2$ است. مسیر راست گوشه (زاویه‌ی راست)، حداقل تقسیم‌های قابل قبول هر دوره را با رسیدن به تعادل کامل بازی فرعی نهایی نشان می‌دهد. طبیعی است که افق زمانی را به سوی نامحدود (بی‌نهایت) سوق داده و بپرسیم در بازی نامحدود چه اتفاقی می‌افتد. ثابت می‌شود که تقسیم تعادلی بازی فرعی کامل عبارت است از:

پرداخت به $A = \dfrac{1-\beta}{1-\alpha\beta}$ و پرداخت به $B = \dfrac{\beta(1-\alpha)}{1-\alpha\beta}$:

توجه کنید اگر $\alpha = 1$ و $\beta < 1$ باشد، آنگاه بازیکن A پرداخت کاملی را دریافت می‌کند، و این مقدار منطبق با اصل بیان شده در گاسپل (Gospels) است: "با صبر کردن کار کاملی (بازی فرعی) برای او وجود دارد."

۶-۸ بازی‌های تکراری و تکمیل بازی فرعی:

لیده‌ی تکمیل بازی فرعی که تعادل نش را حذف می‌کند مستلزم فعالیت‌های پرخطر و بی‌ارزشی برای بازیکنان است یعنی، انجام آنها به نفع بازیکنان نیست. برای مثال، استراتژی مجازات شرح داده شده در قبل، تعادل کامل یک بازی فرعی نیست. اگر یک بازیکن (فرد مجرم) واقعاً از مسیر (همکاری، همکاری) منصرف شود، لزوماً به مصلحت بازیکن (مجرم) دیگر نیست که در واکنش به او واقعاً همیشه جرم را انکار کند. شاید تنبیه بازیکن دیگر به دلیل انکار تا حدی منطقی به نظر برسد ولی تنبیه همیشه افراطی‌ترین حد به نظر می‌رسد.

گاهی اوقات استراتژی کمتر ناهنجار به‌عنوان استراتژی مقابله به مثل (Tit-for-tat) معروف است. در بازی اول اقدام به همکاری کرده و در بازی‌های بعدی هر چه که رقیب شما در بازی قبلی انجام داده، انجام دهید. رد این استراتژی، بازیکن به خاطر انکار تنبیه می‌شود، ولی فقط یک بار تنبیه می‌شود. در این مفهوم، استراتژی مقابله به مثل، استراتژی بخشش است. اگرچه استراتژی مجازات بازی فرعی کاملی برای معمای زندانی تکراری نیست، ولی استراتژی‌هایی وجود دارد که راه‌حل همکاری را بازی فرعی کامل می‌دانند.توصیف این استراتژی‌ها آسان نیست اما آنها ویژگی و مشخصه کد نقطه متمایز کننده (West Point Honor Code) دارند: هر بازیکن موافقت می‌کند دیگری را به خاطر انکار تنبیه کند و همچنین دیگری به خاطر قصور (کوتاهی) در تنبیه بازیکن دیگر به خاطر انکار تنبیه شود و غیره. این حقیقت که اگر انکار کننده را تنبیه نکنید شما تنبیه

خواهید شـد همان چیزی اسـت که آن را بازی فرعی کاملی برای انجام مجازات خواهد ساخت.

متأسـفانه، نوع مشـابهی از اسـتراتژی‌ها می‌توانند بسـیاری از پیامدهای دیگر در معمای زندانی تکراری را تأیید کنند. قضـیه‌ی فلبک بیان می‌کند که اصـولاً تمام توزیع‌های مطلوبیت در یک بازی یک مرحله‌ای تکراری می‌توانند تعادلی از بازی تکراری باشـند. این عرضه‌ی اضافی تعادل، مشکل آفرین است. به‌طور کلی، بزرگتر بودن فضای استراتژی باعث بیشـتر شـدن تعادل‌ها خواهد شـد، چون روش‌های بیشـتری برای بازیکنان، برای مقابله به مثل تهدیدآمیز به علت انکار نشـی از مجموعه‌ی معینی از اسـتراتژی‌ها وجود خواهد داشـت. به منظور حذف تعادل نامطلوب، باید معیاری را برای حذف اسـتراتژی‌ها پیدا کنیم. یک معیار طبیعی حذف اسـتراتژی‌هایی اسـت که بیش از حد پیچیده‌اند (یعنی بیش از حد پیچیده بودن آنها یک معیار به شـمار می‌رود). اگرچه پیشـرفت‌هایی در این راستا صـورت گرفته اسـت، ولی ایده پیچیدگی مهم بوده و ارائه تعریفی کاملاً رضـایت بخش دشوار است.

۶-۹ بازی‌های با اطلاعات ناقص:

۶-۹-۱ تعادل نش – بیزی:

تاکنون بازی‌های با طالاعات کامل را بررسـی کردیم. بویژه، هر عامل اقتصـادی (بازیکن) فرض کرده بود که پرداخت‌های بازیکنان دیگر را می‌دلند و هر بازیکن می‌دلند که عامل اقتصـادی (بازیکن) دیگر این را می‌داند و غیره. در اکثر موقعیت‌ها، این فرض مناسـبی نیسـت. اگر عاملی پرداخت عامل اقتصـادی دیگر را نداند آنگاه تعادل نش هیچ معنایی ندارد (بوجود نخواهد آمد). به هر حال، روش بررسـی بازی‌های با اطلاعات ناقص از

هارمونی (Harsanyi) وجود دارد که تجزیه و تحلیل سیستماتیک ویژگی‌هایشان را امکان‌پذیر می‌سازد.

کلید روش هارسانی، رده‌بندی تمام نااطمینانی‌هایی است که یک عامل اقتصادی ممکن است درباره‌ی دیگری داشته باشد و وارد کردن آن در متغیری معروف به نمونه‌ی تیپ عامل اقتصادی است برای مثال، یک عامل اقتصادی ممکن است درباره‌ی قیمت (ارزش) گذاری بنگاه دیگر از کالایی و یا درباره‌ی ریسک‌گریز بودن او و غیره اطمینان نداشته باشد. هر تیپ بازیکن به مثابه‌ی بازیکنی متفاوت در نظر گرفته شده و هر عامل اقتصادی توزیع احتمال پیشین منحنی روی نمونه تیپ‌های متفاوتی از عاملین اقتصادی دارد.

یک تعادل نش – بیزی این بازی، مجموعه‌ای از استراتژی‌ها برای هر تیپ بازیکن است که ارزش انتظاری هر نمونه بازیکن را با معلوم بودن استراتژی‌های تعقیب شده توسط سایر بازیکنان، حداکثر می‌کند. این تعریف اساساً همانند تعریف تعادل نش به استثنای نااطمینانی اضافی درباره‌ی تیپ بازیکن دیگر، است. هر بازیکن می‌داند که بازیکن دیگر از مجموعه‌ای از نمونه تیپ‌های ممکن انتخاب می‌شود، ولی دقیقاً نمی‌داند که کدام یک را او بازی می‌کند. به خاطر داشته باشید به منظور توصیف کاملی از یک تعادل، باید فهرستی از استراتژی‌ها را برای نمونه تیپ‌های بازیکنان داشته باشیم، نه فقط نمونه تیپ‌های واقعی در موقعیتی خاص، چون هر بازیکن فردی نمونه تیپ‌های واقعی بازیکنان دیگر را نمی‌داند و باید تمام احتمالات را در نظر بگیرد.

در یک بازی با حرکت همزمان، این تعریف تعادل مناسب است. در بازی متوالی منطقی است به بازیکنان دیگر امکان دهیم اعتقاداتشان درباره‌ی نمونه تیپ‌های بازیکنان دیگر را بر اساس فعالیت‌هایی که آنها مشاهده کرده‌اند بروز سازند. معمولاً فرض می‌کنیم که این به روز رسانی به روشی سازگار با قانون بیز انجام می‌شود. بنابراین، اگر بازیکنی انتخاب

دیگری از یک استراتژی S را مشاهده کند، بازیکن اول باید اعتقاداتش را درباره‌ی آنچه که تیپ بازیکن دیگر دارد، بوسیله‌ی تعیین این که چگونه احتمالاً آن S توسط تیپ‌های گوناگونی انتخاب خواهد شد، اصلاح کند.

مثال: (مزایده‌ی پیشنهادی مهر و موم شده):

مزایده‌ی پیشنهادی مهر و موم شده‌ی ساده‌ای را در نظر بگیرید که در آن برای هر ایتم (قلم کالا) دو پیشنهاد دهنده وجود دارد. هر بازیکن پیشنهاد مستقلی را بدون داشتن پیشنهاد بازیکن دیگر ارائه کرده و کالا با بالاترین پیشنهاد به شخص اعطا خواهد شد. هر پیشنهاد دهنده ارزش (قیمت گذاری) خودش را از کالایی که مزایده می‌شود، V، می‌داند اما ارزش گذاری دیگری را نمی‌داند. به هر حال، هر بازیکن معتقد است که ارزش‌گذاری شخص دیگر از کالا به‌طور یکنواخت بین صفر و یک توزیع شده است. (و هر شخص می‌داند که هر شخص دیگر به این معتقد است و غیره).

در این بازی، نمونه تیپ بازیکن در واقع ارزش‌گذاریش است. بنابراین، تعادل نش – بیز برای این بازی، یک تابع، b(U) خواهد بود که پیشنهاد بهینه‌ی، b، را برای بازیکنی از تیپ، U، نشان می‌دهد. با مفروش بودن ماهیت قرینگی بازی، ما تعادلی را جستجو می‌کنیم که در آن هر بازیکن استراتژی یکسانی را اختیار می‌کند.

به طور طبیعی حدس زده می‌شود که تابع b(U) تابعی اکیداً صعودی است، یعنی، ارزش گذاری‌های بالاتر منجر به پیشنهادهای بالاتر می‌شود. بنابراین، می‌توانیم V(b) را تابع معکوسش قرار دهیم به طوری که V(b) ارزش‌گذاری هر شخصی که b را پیشنهاد می‌کند، به ما می‌دهد. وقتی که بازیکنی پیشنهاد خاص b را ارائه می‌کند، احتمال بردش، احتمالی است که پیشنهاد بازیکن دیگر کمتر از b باشد. اما این به زبان ساده احتمالی

است که ارزش‌گذاری بازیکن دیگر کمتر از V(b) است. از آنجا که V به‌طور یکنواخت بین ۰ و ۱ توزیع شده است، احتمال این که ارزش‌گذاری بازیکن دیگر کمتر از V(b) باشد، V(b) است.

بنابراین، اگر بازیکنی b را پیشنهاد دهد وقتی که ارزش‌گذاری‌اش V است، پرداخت انتظاری‌اش عبارت است از:

$$(v-b)V(b)+0[1-V(b)] \qquad (٦-٦)$$

عبارت (جمله) نخست مازاد انتظاری مصرف کننده است اگر او بالاترین پیشنهاد را داده باشد. عبارت دوم مازاد صفری است که او دریافت می‌کند، اگر او پیشنهاد بیشتری بدهد پیشنهاد بهینه باید این عبارت را حداکثر کند، بنابراین:

$$(V-b)V'(b)-v(b)=0 \qquad (٧-٦)$$

در هر مقداری از V، این معادله پیشنهاد بهینه برای بازیکن را به‌صورت تابعی از V تعیین می‌کند. از آنجا که V(b) بنا به فرض تابعی است که رابطه‌ی بین پیشنهاد بهینه و ارزش‌گذاری را بیان می‌کند، باید داشته باشیم:

$$(V(b)-b)V'(b)\equiv V(b) \qquad (٧-٦)$$

برای تمام bها، جواب این معادله‌ی دیفرانسیل عبارت است از:

$$V(b)=b+\sqrt{b^2+2c} \qquad (٨-٦)$$

در رابطه فوق، C ثابت انتگرال‌گیری است. به منظور تعیین این ثابت انتگرال‌گیری، باید توجه داشته باشیم وقتی V=0 است، باید b نیز مساوی صفر باشد، چون وقتی

ارزش‌گذاری صفر باشد، باید پیشنهاد بهینه نیز صفر باشد. با جای‌گذاری این در جواب معادله‌ی دیفرانسیل خواهیم داشت:

$$0 = 0 + \sqrt{2C} \qquad (٩-٦)$$

و این بیانگر صفر بودن C (C=0) است. از آن نتیجه گرفته می‌شود که V(b)=2b یا $b = \frac{7}{2}$ یک تعادل نش بیزی برای مزایده ساده است. یعنی، تعادل نش – بیز برای هر بازیکن، نصف پیشنهاد ارزش‌گذاری‌اش است.

روشی که به جواب این بازی دست یافتیم کاملاً منطقی و استاندارد است. اصولاً، ما حدس زدیم که تابع پیشنهادی بهینه معکوس پذیر بوده و سپس معادله‌ی دیفرانسیلی را که باید برقرار باشد به دست آوردیم. همان طوری که به نتیجه‌ی مطلوب رسید، تابع پیشنهادی حاصل ویژگی مطلوبی دارد. یکی از نقاط ضعف این روش این است که تنها یک تعادل ویژه را برای بازی بیزی نشان می‌دهد ولی در اصل تعادل‌های بسیار دیگری می‌تواند داشته باشد.

همان طوری که نشان داده شد، در این بازی خاص، جوابی که محاسبه کردیم منحصر بفرد است، اما این در حالت کلی اتفاق نمی‌افتد. به ویژه، در بازی‌های با اطلاعات ناقص ممکن است برخی بازیکنان سعی در مخفی کردن نمونه حقیقی‌شان داشته باشند. برای مثال، یک نمونه تیپ ممکن است سعی کند استراتژی مشابه با تیپ دیگر را بازی کند. در این حالت، تابع ارتباط‌دهنده‌ی نمونه تیپ به استراتژی معکوس‌پذیر نبوده و تجزیه و تحلیل خیلی پیچیده‌تر می‌شود.

۶-۱۰ بحث تعادل نش بیز:

ایده‌ی تعادل نش – بیز یک نظریه‌ی ابتکاری است مشکل این است که استدلال مطرح شده در محاسبه‌ی تعادل نش – بیز معمولاً خیلی پیچیده است. گرچه شاید غیرمنطقی نباشد که فقط بازیکنان کاملاً عقلایی بر طبق نظریه نش – بیز بازی خواهند کرد، ولی تردید قابل ملاحظه‌ای درباره‌ی این که آیا فقط بازیکنان واقعی قادر به انجام محاسبات ضروری هستند، وجود دارد.

به علاوه، مشکلی در رابطه با پیشگویی‌های مدل وجود دارد. انتخابی که هر بازیکن می‌کند به‌طور قطع به اعتقاداتش درباره‌ی توزیع نمونه تیپ‌های گوناگون در جامعه بستگی دارد. اعتقادهای متفاوت درباره‌ی فراوانی، نمونه تیپ متفاوت به رفتار بهینه‌ی منجر می‌شود. از آنجا که ما به‌طور کلی اعتقادات بازیکنان درباره‌ی رواج نمونه تیپ‌های گوناگون بازیکنان را مشاهده نمی‌کنیم، ما به‌طور شاخص قادر به بررسی پیشگویی‌های مدل نخواهیم بود. لیارد (۱۹۸٦) نشان داده است که اصولاً هر الگوی بازی، یک تعادل نش بیز برای الگوی اعتقادات است. تعادل نش، در فرمول اولیه‌اش، شرایط سازگاری را روی اعتقادات عاملین اقتصادی قرار می‌دهد- تنها آن اعتقادهای سازگار با رفتار حداکثر کردن مورد قبول هستند.

فهرست منابع

Julmi, Christian. (2012). Introduction to Game Theory. Bookboon.com.

Naser, Sylvia (1994): A Beautiful Mind: A Biography of John Forbes Nash, Jr., Winner of the Nobel Prize in Economics, Simon & Schuster, London.

Nash, John (1950). "Equilibrium points in n-person games", Proceedings of the National Academy of the USA 36(1).

Osborne, Martin J. (2004). An Introduction to Game Theory, Oxford University Press, New York

Osborne, Martin J. and Ariel Rubinstein (1994): A Course in Game Theory, MIT Press. Chicago.

Quine, W.v.O (1960), "Carnap and Logical Truth", Synthese 12 (4): 350–374.

Quine, W.v.O (1967), "Truth by Convention", Philosophical Essays for A.N. Whitehead, Russel and Russel Publishers.

Ranis G, Vreeland J R and Kosack S (eds): (2006) Globalization and the Nation State, Routledge Taylor and Francis Group, London and New York.

Tian, G. (2000c), Implementation of Balanced Linear Cost Share Equilibrium Solutionin Nash and Strong Nash Equilibria," Journal of Public Economics, 76 (2000), 239-261.

Tian, G. (2000d), Double Implementation of Linear Cost Share Equilibrium Alloca-tions," Mathematical Social Sciences, 40 (2000), 175-189.

Tian, G. and Q. Li (1995a), On Nash-Implementation in the Presence of Withholding,"Games and Economic Behavior 9, 222-233.